

نقش ویلیام کاروش در قضیه‌ی کاروش-کان-تاکر

شهناز اسمعیلی

چکیده. این مقاله به‌طور عمده درباره‌ی ویلیام کاروش و نقش او در قضیه‌ی کاروش-کان-تاکر از برنامه‌ریزی غیرخطی می‌باشد. این داستان نتایج بهینه‌سازی اساسی را عنوان می‌کند که ویلیام کاروش آن‌ها را در پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد خود به‌دست آورده بود. نتیجه‌ی اصلی که درباره‌ی شرایط لازم بهینگی برای مینیمم کردن تابعی از چند متغیر مقید به وسیله‌ی نابرابری‌ها می‌باشد، برای نخستین بار به‌عنوان قضیه‌ی کان-تاکر شناخته شد که در سال ۱۹۵۰ هارولد کان و آلبرت تاکر آن‌را اثبات کردند. این در حالی بود که ویلیام کاروش این قضیه را قبلاً در سال ۱۹۳۹ در پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد خود که منتشر نشده بود، به اثبات رسانده بود. در این میان آن‌چه موجب تعجب و شگفتی همگان شد، این بود که ویلیام کاروش نه تنها آن‌ها را منتشر نکرد، بلکه حتی تبلیغ هم نکرد. این نتایج سال‌ها بعد به‌طور مستقل کشف شد و توسط کان و تاکر منتشر شد.

۱. مقدمه

بعد از تقریباً چهار دهه، قضیه‌ی معروف به کان-تاکر^۱ به‌عنوان قضیه‌ی کاروش-کان-تاکر^۲ به رسمیت شناخته شد.

در تابستان ۱۹۵۰ در دومین همایش آمار و احتمال ریاضی در برکلی^۳ کالیفرنیا^۴ یک ریاضیدان از پرینستون^۵ به نام آلبرت تاکر^۶ که به‌طور کلی به‌عنوان یک مکان‌شناس شناخته شده بود، یک بحث با عنوان برنامه‌ریزی غیرخطی ارائه داد که بر اساس یک کار مشترک با یک ریاضیدان جوان به نام هارولد کان^۷ بود. هارولد در دانشگاه پرینستون تحصیل می‌کرد و به تازگی دکترای خود را به پایان رسانده بود.

این گفتگوها در یک کنفرانس شرح مذاکرات منتشر شد و برای اولین بار عنوان برنامه‌ریزی غیرخطی که کان و تاکر آن‌را برای نام مقاله‌شان انتخاب کردند، وارد ادبیات ریاضی شد. در این مقاله کان و تاکر یک مسأله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی را (که در ادامه توضیح داده می‌شود) معرفی کردند و قضیه‌ی اصلی این تئوری را ثابت کردند. این قضیه که شرایط لازم برای وجود یک جواب بهینه از مسأله‌ی غیرخطی را می‌دهد، برای اولین بار معروف به قضیه‌ی کان-تاکر شد. پس از مدت نه چندان طولانی از انتشار آن مردم شروع به صحبت درباره‌ی آن به‌عنوان قضیه‌ی کان-تاکر کردند. اما ظاهراً کان و تاکر اولین ریاضیدانانی نبودند که آن‌را اثبات کرده بودند.

سال‌ها بعد هنگامی که آگاهی‌ها از کار پیشگام ویلیام کاروش^۸ منتشر شد، نام او به نام قضیه افزوده شد. با این حال به رسمیت شناخته شدن کشف کاروش از این نتیجه‌ی کلیدی چند سؤال را که این مقاله بر آن‌ها نیز متمرکز شده است،

عبارات و کلمات کلیدی: قضیه‌ی کان-تاکر، حساب تغییرات، برنامه‌ریزی غیرخطی.

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۳/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۰۸/۰۷.

^۱Kuhn-Tucker ^۲Kuhn-Tucker-Karush ^۳Berkeley ^۴California ^۵Princeton ^۶Albert Tucker ^۷Harold Kuhn ^۸William Karush

بی جواب باقی‌گذارد، چرا واکنش جامعه‌ی ریاضی در این موارد متفاوت بود؟ چرا پایان‌نامه‌ی کاروش منتشر نشده بود؟ چرا کاروش روی مسأله‌ای که دارای حق اولویت بود، ساکت باقی ماند؟

۲. پیش نیازهای ریاضی

در ابتدا برای بیان دقیق‌تر قضیه‌ی کان-تاکر مفهوم یک مسأله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی را توضیح می‌دهیم. یک مسأله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی، یک مسأله‌ی بهینه‌سازی از نوع زیر است:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(x) \\ & \text{s.t. } g_i(x) \leq 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, m \\ & x \in X. \end{aligned}$$

که X یک زیرمجموعه از R^n می‌باشد. توابع $f, g_1, \dots, g_m$ روی X تعریف شده‌اند و x یک بردار n -بعدی $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ می‌باشد. به یک متغیر $x \in R^n$ که در همه‌ی محدودیت‌ها صدق می‌کند، "موجه" گفته می‌شود.

قضیه ۱.۲. (قضیه‌ی کان-تاکر) فرض کنید X یک مجموعه‌ی باز ناتهی در R^n ، $\bar{x}$ یک نقطه موجه در R^n و توابع $f, g_1, \dots, g_m$ در $\bar{x}$ دیفرانسیل‌پذیر باشند. هم‌چنین فرض کنید بردارهای $\nabla g_i(\bar{x})$ برای محدودیت‌های فعال، به عبارت دیگر محدودیت‌های g_i هنگامی که $g_i(\bar{x}) = 0$ ، مستقل خطی هستند. آنگاه موارد زیر برقرارند:

شرایط لازم برای این‌که $f(\bar{x})$ برای مسأله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی بالا مینیمم باشد، این است که ضرایب $u_1, u_2, \dots, u_m$ وجود داشته باشد به‌طوری‌که

$$\nabla f(\bar{x}) + \sum_{i=1}^m u_i \nabla g_i(\bar{x}) = 0$$

$$(1) \quad u_i g_i(\bar{x}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$(2) \quad u_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

این شرایط لازم، "شرایط کان-تاکر" نامیده می‌شود.

شرط (۱) می‌گوید که تابع لاگرانژ متناظر $\phi(x, u) = \nabla f(x) + \sum_{i=1}^m u_i \nabla g_i(x) = 0$ در $(\bar{x}, u)$ یک نقطه‌ی بحرانی دارد.

شرط (۲) تضمین می‌کند که اگر g_i در $\bar{x}$ فعال نباشد، آنگاه ضرایب متناظر u_i برابر صفر می‌باشد.

۳. قضیه‌ی کاروش: یک نتیجه در حساب تغییرات

در دسامبر ۱۹۳۹ ویلیام کاروش مدرک کارشناسی ارشد ریاضیات خود را از دانشگاه شیکاگو^۹ دریافت کرد. عنوان پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد او "مینیمم توابع چندمتغیره با نابرابری‌های به‌عنوان شرایط جانبی" [۴] بود. امروزه به این مسائل، یک مسأله‌ی بهینه‌سازی با قیود نامساوی گفته می‌شود که در رده‌ی مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی قرار دارد. اما چون در آن زمان برنامه‌ریزی غیرخطی مطرح نشده بود، نیاز به یک بررسی دقیق‌تر در پایان‌نامه‌ی کاروش جهت تعیین زمینه‌ای از ریاضیات که او در آن زمان در نظر داشته، وجود دارد.

^۹Chicago

این پروژه‌ی دانشجویی توسط استاد راهنمای کاروش لارنس گریوز^{۱۰} [۵] پیشنهاد شد. حال باید دید چرا این مسأله جالب بود؟ و تلاشی که کاروش باید انجام می‌داد، چه بود؟ کاروش در مقدمه‌ی پایان‌نامه‌ی خود هدف از کارش را بیان کرد. هم‌چنین او به انگیزه‌ی پشت سر این طرح پیشنهادی از مسأله اشاره می‌کند. او نوشته است:

”مسأله‌ی تعیین شرایط لازم و کافی برای مینیمم نسبی از یک تابع $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ در کلاس نقاط $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ که در معادلات $g_\alpha(x) = 0$ ($\alpha = 1, 2, \dots, m$) صدق می‌کند، به‌طوری‌که توابع f و g_α مشتقات پیوسته‌ی حداقل مرتبه‌ی دوم دارند، به‌طور رضایت بخشی مورد بررسی قرار داده شده است [۲]. این پایان‌نامه به دنبال این است که مسأله‌ی متناظر را در کلاس نقاطی از x در نظر بگیرد که در نامساوی‌های

$$g_\alpha(x) \geq 0 \quad (\alpha = 1, 2, \dots, m)$$

صدق کند، به‌طوری‌که m ممکن است کوچک‌تر یا مساوی و یا این‌که بزرگ‌تر از n باشد.“ [۴]

مرجع [۲] در نقل قول بالا مقاله‌ای است با عنوان ’خاصیت نرمال و غیر نرمال بودن در حساب تغییرات‘ که در سال ۱۹۳۸ توسط بلیس^{۱۱} که مدیرگروه بود، منتشر شد. مسأله این است که پیشنهاد سرپرست کاروش برای پایان‌نامه از این مقاله‌ی بلیس سرچشمه گرفته بود. بنابراین ریشه‌ی کار کاروش شروع کار روی یک زمینه در ریاضیات به نام حساب تغییرات بود که ارتباط خاصی با گروه داشت.

مسأله‌ی اساسی در حساب تغییرات، پیدا کردن یک تابع $\varphi(x)$ متعلق به یک مجموعه‌ی موجه از توابعی است که انتگرال زیر را مینیمم می‌کند:

$$I = \int_X^{\bar{X}} F(x, \varphi(x), \varphi'(x)) dx$$

که $X, Y, \bar{X}$ و $\bar{Y}$ با $X < \bar{X}$ اعداد حقیقی داده شده می‌باشند، به‌طوری‌که $\varphi(X) = Y$ و $\varphi(\bar{X}) = \bar{Y}$ و $F(x, y, z)$ یک تابع داده شده با سه متغیر مستقل می‌باشد. متناظر با هر تابع موجه $\varphi(x)$ یک عدد حقیقی وابسته‌ی I وجود دارد. بر این اساس هنگامی‌که φ به‌صورت یک متغیر مستقل در نظر گرفته شود، I یک تابع می‌باشد؛ یعنی یک تابع عددی مقدار از φ .

۴. مدرسه شیکاگو

ویلیام کاروش تحصیلات کارشناسی خود را در شیکاگو در کالج مرکزی Y.M.C.A.^{۱۲} آغاز کرد. دو سال بعد به دانشگاه شیکاگو منتقل شد. مدرک کارشناسی خود را در ژوئن ۱۹۳۶ دریافت کرد و تحصیلات تکمیلی او در اکتبر همان سال شروع شد.

گروه ریاضیات در دانشگاه شیکاگو با افتتاح دانشگاه در سال ۱۸۹۲ تأسیس شد. اولین مدیرگروه الیاکیم مور^{۱۳} بود که با همکاری دو آلمانی به نام‌های اسکار بلزا^{۱۴} و هنریچ مَسک^{۱۵} یک محیط ریاضی ایجاد کردند که خیلی زود پیشرو گروه ریاضی در ایالات متحده آمریکا [۱۱] شد.

گروه ریاضیات به‌عنوان یک سنگر مطالعه در حساب تغییرات شناخته شده بود. این بلزا بود که حساب تغییرات را به‌عنوان یک حوزه‌ی اصلی پژوهش در گروه معرفی کرد. بلزا از سال ۱۹۰۱ تحقیقات خود را به سوی حساب تغییرات تغییر داد. و در همان زمان موضوع را برای دانشجویان کارشناسی ارشد در شیکاگو تدریس می‌کرد. وی به‌عنوان مشاور پایان‌نامه بسیار محبوب بود. اغلب هدایت دانشجویانش را به کار در زمینه‌ای که پژوهش‌های خود را در آن مورد انجام

^{۱۰}Lawrence Graves ^{۱۱}Bliss ^{۱۲}Young Men's Christian Association ^{۱۳}Eliakim Moore ^{۱۴}Oskar Bolza ^{۱۵}Henrich Maschke

داده بود، بر عهده می‌گرفت. نتیجه این شد که او یک پایگاه ثابت در حساب تغییرات در شیکاگو معروف به مدرسه‌ی حساب تغییرات شیکاگو [۱۱] ایجاد کرد.

در سال ۱۹۰۸ مسک از دنیا رفت و دو سال بعد بلزا به آلمان بازگشت. بنابراین شیکاگو دو ریاضیدان برجسته‌ی خود را از دست داد. از سال ۱۹۱۰ به نظر می‌رسید که یک کاهش در شهرت گروه ریاضیات به وجود آید. به گفته‌ی برخی ریاضیدانان شیکاگو، این کاهش ناشی از تمرکز بیش از حد در حساب تغییرات بود.

تیم جدید شامل بلیس، دیکسون^{۱۶} و ولیشنسکی^{۱۷} بود. بلیس کسی بود که به‌عنوان یک دانشجوی بلزا، سنت حساب تغییرات را ادامه داد. وی از سال ۱۹۴۱-۱۹۲۷ مدیرگروه بود و این دوره از حیات مؤسسه با تحقیقات فشرده روی حساب تغییرات مشخص شد. در یک دوره‌ی ۱۰ ساله از سال ۱۹۳۷-۱۹۲۷ گروه ۱۱۷ پایان‌نامه‌ی دکترای تولید کرد. کاروش به‌عنوان یک دانشجوی در شیکاگو محصول این سنت بود. و می‌بایست پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد او در آن زمینه تجزیه و تحلیل و مورد بحث قرار داده شود.

۵. پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد کاروش

ویلیام کاروش پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد خود را در شش بخش تنظیم کرد. بخش اول، شامل مقدمه‌ای در مورد کلاس مسائل تحت بررسی و بخش دوم شامل ارائه‌ی نتایج اولیه روی سیستم معادلات خطی بود. چهار بخش باقیمانده به شرایط لازم و کافی این مسائل شامل مشتقات مرتبه‌ی اول و پس از آن به همین شرایط، شامل مشتقات مرتبه‌ی دوم اختصاص یافته بود.

هدف از کار کاروش تعیین شرایط لازم و کافی برای یک مینیمم نسبی از تابع $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ در کلاس نقاط $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ بود که در نابرابری $g_\alpha(x) \geq 0$ برای $\alpha = (1, 2, \dots, m)$ صدق می‌کند، به‌طوری‌که توابع f و g_α تحت شرایط مختلف پیوستگی و دیفرانسیل‌پذیری هستند.

او این کار را در سال ۱۹۳۹ انجام داد، زمانی که پژوهش در شیکاگو روی مسائل حساب تغییرات متمرکز شده بود. مسأله‌ی کاروش را می‌توان به‌عنوان یک نسخه‌ی متناهی‌البعد از چنین مسأله‌ای تفسیر کرد. کاروش اهمیت کارش را در یک چشم‌انداز گسترده‌تر توضیح نداد. اما از مقدمه‌ی او واضح است که آن‌را به‌عنوان یک تعمیم از کار بلیس دیده است. قضیه‌ای که مربوط به قضیه‌ی کان-تاکر است در بخش سوم پایان‌نامه‌ی کاروش ظاهر شده است. در این‌جا کاروش مسأله‌ی مینیمم را تحت شرطی که توابع f و g_α ، به عبارت دیگر تابع هدف و توابع محدودیت، توابع C^1 نزدیک به یک نقطه x^0 هستند، آزمود. قبل از این‌که او قضیه‌ای را که اکنون به‌عنوان قضیه‌ی کان-کاتر شناخته شده است اثبات کند، نسخه‌ی کمتر محدودشده‌ی آن‌را نشان داد:

قضیه ۱.۵. اگر $f(x^0)$ یک مینیمم باشد آنگاه ضرایب f و g_α که همگی صفر نیستند، وجود دارد به‌طوری‌که مشتقات F_{x_i} از تابع

$$F(x) = l_0 f(x) + l_\alpha g_\alpha(x)$$

همگی در x^0 صفر می‌شوند [۴].

همان‌گونه که مشاهده می‌شود در این شرایط لازم هیچ‌گونه محدودیت علامتی روی ضرایب وجود ندارد. هم‌چنین ضریب l_0 وابسته به تابع هدف می‌تواند مقدار صفر بگیرد. در این صورت نقطه‌ی x^0 یک نقطه‌ی “غیر نرمال” نامیده می‌شود. به جهت اجتناب از مورد غیر نرمال بودن نوعی شرایط منظم بودن یا به عبارت دیگر “قیدتعریفی” (نامی که کان و تاکر بر این شرایط گذاشته بودند) موردنیاز است.

¹⁶Dickson ¹⁷Wlicznski

مفاهیمی که کاروش برای ساختن چنین شرایطی معرفی کرد عبارت بودند از: "جهت موجّه"، "منحنی موجّه" و "نقطه نرمال". منظور کاروش از جهت موجّه یک جهت $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ بود که سیستم نامساوی زیر را حل می‌کرد:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial g_{\alpha}}{\partial x_i}(x^{\circ}) \lambda_i \geq 0$$

[۴]. به عبارت دیگر او یک جهت را در صورتی موجّه به حساب آورد که مشتقات جهتی توابع قیدی g_{α} در جهت λ نامنفی باشد؛ یعنی اگر از x° در جهت λ حرکت کنیم، هم‌چنان در منطقه موجّه باقی بمانیم. کاروش هم‌چنین یک خم منتظم $(x_i(t) (i = 1, 2, \dots, n; 0 \leq t \leq t_0))$ را یک خم موجّه نامید، اگر:

$$g_{\alpha}(x(t)) \geq 0 \quad \text{برای هر } t \text{ و } \alpha$$

یعنی این‌که یک خم در صورتی موجّه می‌باشد که اگر در طول خم حرکت کنیم، هم‌چنان در منطقه‌ی موجّه باقی بمانیم. در نهایت او نقطه‌ی x° را موجّه نامید، اگر ماتریس ژاکوبین برای g در x° مرتبه‌ی m داشته باشد. به عبارت دیگر اگر گرادیان‌های

$$\nabla g_1(x^{\circ}), \nabla g_2(x^{\circ}), \dots, \nabla g_m(x^{\circ})$$

مستقل خطی باشند. پس از آن کاروش به‌صورت زیر "قضیه‌ی کان-تاکر" را فرمول‌بندی کرد:

قضیه ۲.۵. فرض کنید که برای هر جهت موجّه λ یک خم موجّه با شروع از x° در جهت λ وجود دارد. آن‌گاه یک شرط لازم مرتبه‌ی اول برای این‌که $f(x^{\circ})$ مینیمم باشد، این است که ضرایب $l_{\alpha} \leq 0$ وجود داشته باشد به‌طوری‌که مشتقات F_{x_i} از تابع

$$F = f + l_{\alpha} g_{\alpha}$$

همگی در x° صفر شوند.

کاروش یک خم $x_i(t) (0 \leq t \leq t_0)$ با شروع از x° در جهت λ را این‌گونه معنی کرد که $x'_i(0) = \lambda_i$ و $x_i(0) = x_i^{\circ}$. [۴]

۶. مشخص شدن اهمیت پایان‌نامه‌ی کاروش

در واقع قضیه‌ی کاروش بسیار شبیه به نسخه‌ی قضیه‌ی کان-تاکر نشان داده شده در مقدمه می‌باشد. یعنی باید ضرایب (l_{α}) وجود داشته باشد به‌طوری‌که تابع لاگرانژ F یک نقطه بحرانی در x° ، (l_{α}) ، دارد. شرط $l_{\alpha} g_{\alpha}(x^{\circ}) = 0$ از دست رفته است. چون کاروش فقط محدودیت‌های فعال را در نظر گرفت. به عبارت دیگر محدودیت‌هایی که در مورد آن‌ها $g_{\alpha}(x^{\circ}) = 0$.

در چهارم فوریه ۱۹۵۷ هارولد کان در نامه‌ای به کاروش نوشت:

من در ماه مارس در همایش جامعه‌ی ریاضی آمریکا (AMS) ^{۱۸} درباره "تاریخچه‌ی برنامه‌ریزی خطی" صحبت خواهم کرد. تابستان گذشته از طریق خواندن کتاب "اقتصاد ریاضی" [۱۲] تاکایاما ^{۱۹} از پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد شما مطلع شدم و یک نسخه از آن را به دست آوردم. ابتدا اجازه دهید که بگویم شما در نتایج معروف به شرایط کان-تاکر (شامل قید تعریفی) به وضوح اولویت دارید. من قصد دارم تا جایی که می‌توانم به‌طور مستقیم در سخنرانی‌ام به این موضوع اشاره کنم. شما می‌توانید با در اختیار قراردادن هر جزئیاتی که راجع به نوشتن پایان‌نامه‌تان به یاد دارید، به من کمک کنید.

¹⁸American Mathematical Society ¹⁹Takayama

علاقه‌ی ویژه من پاسخ به سؤالات زیر است: چه کسی مشاور شما بود؟ چه کسی مسأله را تعیین کرد؟ چرا پایان‌نامه‌ی شما هرگز منتشر نشد؟

در طی تحقیق برای بحث همایش AMS کان با کاروش تماس گرفت و پیشنهاد شد پس از این نشست در مجموعه مقالات AMS جزئی از پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد او به‌عنوان یک پیوست به مقاله‌ی تاریخی کان منتشر شود. در این مقاله کان اعلام کرد که پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد کاروش در زمینه‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی [۹] به‌صورت کلاسیک منتشر نشده است. با توجه به اهمیت اخیر موضوع به‌طور طبیعی سؤالات زیر مطرح می‌شود: چرا نتایج کاروش در آن زمان ارزش نداشت؟ چرا منتشر نشده بود؟

همان‌گونه که عنوان شد، توجه‌ی اصلی شیکاگو در آن زمان روی حساب تغییرات با محدودیت‌های نابرابری بود و اگر کار کاروش در این زمینه ارزیابی شده بود، آن فقط یک نتیجه‌ی متناهی‌البعد جزئی بود. نه مسأله مطرح شده بود و نه نتیجه خاص بود. در واقع سؤالات جالب در این زمینه متفاوت از آن‌هایی بود که مهم باشند و بعداً هدایت‌دهنده‌ی پژوهش در برنامه‌ریزی غیرخطی باشند.

نامه‌ای که از کان به کاروش در بالا منتشر شد، نشان می‌دهد که چگونه قضیه در جامعه‌ی ریاضیدانان در حال کار در برنامه‌ریزی غیرخطی، مهم در نظر گرفته شد. ریچارد کتل^{۲۰} از سازمان‌دهندگان همایش AMS هنگامی که دیدگاه کان را درباره‌ی کاروش شنید، سخن زیر را در مورد کاروش بیان می‌کند: «شما باید یک انسان وارسته باشید» تا در مورد عدم به رسمیت شناخته شدن شکایت نکنید [۱۰].

کان هم‌چنین درباره‌ی واکنش تاکر هنگامی که او از نتیجه‌ی پایان‌نامه‌ی کاروش مطلع شد می‌نویسد: تاکر واقعاً شگفت‌زده بود که کاروش هنگامی که آن‌ها با هم روی پروژه‌ی رند^{۲۱} کار می‌کردند [۱۰]^{۲۲}، هرگز در مورد کارش به او نگفته بود.

ریچارد بلمن^{۲۳} نیز هنگامی که از صحبت آینده‌ی کان مطلع شد، به او نوشت:

من از ویلیام کاروش شنیدم که شما تلاش خواهید کرد که شرط معروف کان-تاکر را ثبت کنید. من تلاش شما را تحسین می‌کنم. خوشبختانه اعتباری به اندازه‌ی کافی برای همه وجود دارد. این قطعاً می‌تواند فوق‌العاده باشد که شما آن را به‌عنوان شرط کاروش-کان-تاکر بنویسید. به دلایل متعددی این کار امکان‌پذیر است و هیچ چیزی از اهمیت این شرط کم نمی‌کند [۱].

از نامه‌ها مشخص می‌شود که ریاضیدانانی که در زمینه‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی مشغول فعالیت بودند، از این که کاروش نه تنها برای ادعای اولویت، بلکه حتی برای به رسمیت شناخته شدن نیز جلو نیامد، شگفت‌زده شدند. کاروش در تاریخ دهم فوریه ۱۹۷۵ در پاسخ دوستانه‌اش به کان نوشت:

من از شما به خاطر توجه‌تان به کار اولیه‌ام قدردانی می‌کنم. اگر شما از من بپرسید که چرا قبلاً موضوع دارای اولویت را مطرح نکردم، شاید پاسخ در آن‌چه در حال حاضر اتفاق می‌افتد نهفته باشد. من تنها به دنبال به‌دست آوردن اعتباری برای کارم نیستم، بلکه می‌خواهم که یک «انسان وارسته» باشم. من پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد خود را در دانشگاه شیکاگو تحت راهنمایی لارنس گریوز، کسی که مسأله را پیشنهاد داد، نوشتم. کسانی که در سال‌های پایانی یک مدرسه‌ی حساب تغییرات کلاسیک در دانشگاه بودند. و من گمان می‌کنم که مسأله‌ی داده شده به من به‌عنوان یک نسخه‌ی متناهی‌البعد از تحقیقات روی حساب تغییرات با نابرابری‌های به‌عنوان شرایط جانبی بود.

^{۲۲} پروژه‌ی رند درست بعد از جنگ جهانی دوم با هدف ادامه همکاری محققان در دانشگاه و صنعت و ارتش که در طول جنگ صورت می‌گرفت، پدیدار گشت.

مدیرگروه گیلبرت بلیس بود و مگنوس هستنز^{۲۴} یک عضو جوان هیئت علمی بود و هر دو این‌ها مرا تحت تأثیر قرار دادند و در واقع من بعداً تر دکترایم را تحت راهنمایی هستنز روی مسائل ایزومتری (متساوی‌المحیط) و قضایای شاخص در حساب تغییرات نوشتم.

فکر انتشار هرگز در زمان نوشتن پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد به ذهن من خطور نکرد. من یک دانشجوی ارشد بودم و در حال تلاش برای فراهم کردن الزامات موردنیاز رفتن به دکترا بودم. گریوز هرگز سؤالی از انتشار به میان نیاورد. من تصور می‌کنم که در آن زمان هیچ کس علاقه‌ی آینده به این مسأله را پیش‌بینی نکرد.

این سؤال که چرا من در سال‌های بعد، هنگامی که برنامه‌ریزی غیرخطی مطرح شد و رونق گرفت به کارم اشاره نکردم، پاسخ داده نشد. گاه‌به‌گاه به این کار فکر می‌کردم اما به آن اطمینان نداشتم و فکر نمی‌کردم که به رسمیت شناخته‌شدن آن، نیاز مبرمی داشته باشد. در هر صورت تا چند سال پیش پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد من غیرفنی مانده بود. در زمانی که هستنز از من خواست تا دوباره به آن نگاه کنم و ببینم که آیا آن نباید جای صحیح خود را در تاریخ دریافت کند، بار دیگر به آن نگاه کردم. هم‌چنین در محل کارتان با تاکر نیز دوباره به آن نگاه کردم و به این نتیجه رسیدم که شما دو نفر موضوع را بسیار بیشتر از من بهره‌برداری و توسعه داده‌اید. این بود که هیچ توجیهی برای اعلام من به دنیا وجود نداشت.

۷. بیوگرافی

ویلیام کاروش در اول مارس ۱۹۱۷ در ایلی نویز^{۲۵} شیکاگو متولد شد. پدر و مادر او سام^{۲۶} و تیلی^{۲۷} از بیالیستون^{۲۸} که در آن زمان تحت تسلط روسیه بود، به ایالات متحده‌ی آمریکا مهاجرت کرده بودند. ویلیام در کودکی معروف به



شکل ۱: ویلیام کاروش، حدود سال ۱۹۸۷

ویلی^{۲۹} بود. برادر بزرگ او فرد^{۳۰}، فردی^{۳۱} نامیده می‌شد. آن‌ها در نهایت دو خواهر و برادر جوان‌تر به نام‌های جک^{۳۲} و استر^{۳۳} داشتند. از میان این چهار نفر تنها استر زنده است.

ویلیام کاروش در مدارس دولتی شیکاگو حضور یافت و در ژوئن ۱۹۳۴ از دبیرستان فارغ‌التحصیل شد. وی لیسانس، کارشناسی ارشد و دکترای خود را از علوم به ترتیب در سال‌های ۱۹۳۸، ۱۹۳۹ و ۱۹۴۲ از دانشگاه شیکاگو گرفت [۴]. جدول زیر خلاصه‌ای از مناسب ویلیام کاروش را در اختیار می‌دهد:

²⁴Magnus Hestenes ²⁵Illinois ²⁶Sam ²⁷Tillie ²⁸Bialiston ²⁹Willie ³⁰Fred ³¹Freddie ³²Jack ³³Esther

جدول وقایع نگاری استخدام ویلیام کاروش

سال	شغل	کارفرما
۱۹۴۲-۱۹۴۳	ریاضیدان	مرکز تحقیقاتی کارینگی واشنگتن
۱۹۴۳-۱۹۴۵	فیزیکدان	آزمایشگاه متالورژی دانشگاه شیکاگو
۱۹۴۵-۱۹۵۶	مربی به استاد وابسته	گروه ریاضیات دانشگاه شیکاگو
۱۹۵۶-۱۹۵۷	عضو کارکنان ارشد	شرکت رامبولدریج
۱۹۵۷-۱۹۶۲	دانشمند تحقیق در عملیات	شرکت توسعه سیستم
۱۹۶۲-۱۹۶۷	دانشمند اصلی	شرکت توسعه سیستم
۱۹۶۷-۱۹۸۷	استاد ریاضیات	دانشگاه ایالت کالیفرنیا/ نورتریج
۱۹۸۷-۱۹۹۷	استاد ممتاز ریاضیات	دانشگاه ایالت کالیفرنیا/ نورتریج
مناسب همزمان		
۱۹۴۹-۱۹۵۲	ریاضیدان	مرکز تحقیقاتی آنالیز عددی اداره‌ی ملی استاندارد اکلا
۱۹۵۳	عضو کارکنان ارشد	آزمایشگاه‌های تحقیق و توسعه، هواپیمایی هیوز
۱۹۵۵-۱۹۵۶	عضو دانشکده فورد	دانشگاه کالیفرنیا، لس آنجلس

به‌طور کلی علایق پژوهشی ویلیام کاروش را می‌توان وابسته به تحقیق در عملیات، حساب تغییرات و ریاضیات کاربردی لیست کرد. کارهای انتشاریافته‌ی او در تحقیق در عملیات شامل برنامه‌ریزی غیرخطی، صف‌بندی و برنامه‌ریزی پویا می‌باشد. او هم‌چنین به خاطر ویرایش دو لغت‌نامه‌ی مختلف از ریاضیات شناخته شده است.

کاروش یک حرفه‌ی متفاوت داشت: بخشی از آن در صنعت و بخش تا حدودی بزرگ‌تر، در دانشگاه. در دانشگاه شیکاگو طی سال‌های ۱۹۴۵-۱۹۵۶ مرتبه‌ی او از آموزشیار به استادیار ارتقاء یافت. وی جهت غیبت در جنوب کالیفرنیا از دانشگاه شیکاگو مرخصی گرفت و دیگر هرگز به آن‌جا برنگشت. یازده سال بعد او به عضویت هیئت علمی دانشگاه ایالت کالیفرنیا (در آن زمان به نام کالج سان فراندو وایی^{۳۴}) در آمد و به‌عنوان یک استاد کامل درگیر تدریس ریاضی در مقطع کارشناسی شد. ویلیام تا سال ۱۹۸۷ تدریس کرد و پس از آن به‌عنوان یک استاد ممتاز بازنشسته شد.

ویلیام کاروش و همسرش ربکا^{۳۵} دو فرزند به نام‌های لاری^{۳۶} و باربارا^{۳۷} داشتند. هر دو نفر آن‌ها در کالیفرنیا زندگی می‌کنند. لاری یک موسیقیدان و باربارا یک معلم بازنشسته‌ی مدرسه می‌باشد.

در ژانویه ۱۹۹۱ ویل و ربکا یک شغل کوچک در پالم اسپرینگز^{۳۸} کالیفرنیا اختیار کردند. یک شب ربکا بعد از شام با یک ماشین تصادف کرد و کشته شد. ویلیام کاروش نیز تا بیست و دوم فوریه ۱۹۹۷، یک هفته قبل از تولد هشتاد سالگی خود زندگی کرد. سرانجام او از عوارض ناشی از عمل جراحی در گذشت.

۸. تشکر و قدردانی

برخود لازم می‌دانم که از سرکار خانم دکتر نوشین موحیدیان عطار، استاد راهنمای ارجمندم که مرا در تهیه‌ی این مقاله یاری فرمودند، کمال تشکر و قدردانی را به عمل آورم و از خداوند منان توفیقات روزافزون ایشان را خواستار باشم.

^{۳۴} San Ferando Vaiiey ^{۳۵} Rebecca ^{۳۶} Larry ^{۳۷} Barbara ^{۳۸} Palm springs

مراجع

- [1] R. Bellman, *Letter to Harold W. Kuhn*, dated 11 February, 1975, [Unpublished, copy in possession of the author.]
- [2] G. A. Bliss, G. A. 1938. Normality and abnormality in the calculus of variations. *Trans. Amer. Math. Soc.*, **43** (1938) 365-376.
- [3] R. W. Cottle, William Karush and the KKT Theorem, *Documenta Math.*, Extra Volume ISMP, 2012 255-265.
- [4] W. Karush, *Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Conditions*, Department of Mathematics, University of Chicago, 1939.
- [5] W. Karush, *Letter to Harold W. Kuhn*, dated 10 February, 1975, [Unpublished; copy in possession of the author.]
- [6] W. Karush, *The Crescent Dictionary of Mathematics*, The Macmillan Company, New York, 1962.
- [7] W. Karush, *Webster's New World Dictionary of Mathematics*, MacMillan, New York, 1989.
- [8] T. H. Kjeldson, A Contextualized Historical Analysis of the Kuhn-Tucker Theorem in Nonlinear Programming: The Impact of World War II, *Historia Mathematica*, **27** (2000) 331-361.
- [9] H. W. Kuhn, *Nonlinear programming: A historical view*, SIAM-AMS Proceedings, **9** (1976) 1-26.
- [10] H. W. Kuhn, *Letter to William Karush*, dated 4 February, 1975, [Unpublished; copy in possession of the author.]
- [11] K. H. Parshall and D. E. Rowe, The Emergence of the American Mathematical Research Community, 1876-1900: J. J. Sylvester, Felix Klein, and E. H. Moore, History of Mathematics, Providence, *Amer. Math. Soc.*, **8** 1994.
- [12] A. Takayama, *A. Mathematical Economics*. Hinsdale, IL: Dryden, 1974.

شهناز اسمعیلی

اصفهان، خیابان هزار جریب، دانشگاه اصفهان، گروه ریاضی

sh.esmaeili@sci.ui.ac.ir

شهناز اسمعیلی متولد شهرستان لارستان از استان فارس می‌باشد. وی مقطع کارشناسی خود را در رشته ریاضی کاربردی دانشگاه هرمزگان و مقطع کارشناسی ارشد را در رشته ریاضی کاربردی، گرایش تحقیق در عملیات دانشگاه اصفهان گذراند. پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد او در مهرماه ۱۳۹۳ تحت نظر خانم دکتر نوشین موحیدیان عطار انجام پذیرفت.