

APPLICATION OF ANTHROPOLOGICAL THEORY OF DIDACTIC IN TEACHING OF MATHEMATICS

SAJJAD ZAMANABADI^{ID} AND ABOLFAZL RAFIEPOUR^{ID}*

ABSTRACT. The anthropological theory of didactic is a new theory in the field of mathematics education, which was presented by a French mathematician named Chevallard in 1991. The main focus of the anthropological theory of didactic is on human interactions in the teaching-learning process. According to the framework of the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), the goal of education is to elucidate the mechanism through which knowledge within an institution I is transmitted to individuals x in society $\hat{S}$. Chevallard identified two aspects of human mathematical activity, which includes a practical part (Praxis) and a knowledge part (Logos). The Anthropological Theory of the Didactic (ATD) introduces praxeology as a tool for analyzing mathematical activities by considering their constituent components and the conditions present within educational institutions. Praxeology is a central concept and a key instrument in ATD. The aim of ATD is to provide a theory about human actions, and praxeology serves as the core concept for describing these actions. The practical part and the knowledge part are the components of praxeology (behavioral science). The practical part includes tasks and techniques. The knowledge part includes technology that explains the practical part. Also, the knowledge section contains a theory that justifies the technology used. The four elements of the anthropological theory of didactic (tasks, techniques, technology, and theory) are interconnected. In this article, after introducing the anthropological theory of didactic, the relationship between this theory and the theory of didactical situations (TDS) is stated. Then, the application of this theory in two mathematical examples from the school mathematics curriculum has been examined in detail. The article ends with the idea that the application of the anthropological theory of didactic can lead to a paradigm shift in the process of teaching and learning mathematics at school.

Keywords: Anthropological theory of didactic, Praxeology, school mathematics education, educational situations.

Article Type: Promotional Paper.

Communicated by Saeid Maghsoudi.

*Corresponding author.

Received: 28-12-2024, Accepted: 09-03-2025, Published Online: 07-07-2025.

Cite this article: S. Zamanabadi and A. Rafiepour, Application of anthropological theory of didactic in teaching of mathematics, *Mathematics and Society*, **11** no. 1 (2026) 25–41. <https://dx.doi.org/10.22108/msci.2025.143082.1718>.

1. Introduction

The Anthropological Theory of Didactics (ATD) is a theoretical framework developed by Yves Chevallard in 1991 to analyze and understand the processes of teaching and learning mathematics [3]. ATD focuses on the interactions between humans and knowledge within educational institutions, emphasizing the social and cultural dimensions of mathematics education. The theory is rooted in the idea that mathematical knowledge is not static but is shaped by the practices and norms of the institutions in which it is taught and learned [6]. ATD provides a comprehensive model for analyzing the didactic transposition of knowledge, which refers to the process by which scholarly knowledge is transformed into teachable content in educational settings [7].

One of the key contributions of ATD is the concept of praxeology, which refers to the combination of practical and theoretical knowledge in human activities. Praxeology is divided into two main components: the practical block, which includes problems and techniques, and the knowledge block, which includes technology and theory [8]. These four elements problems, techniques, technology, and theory are interconnected and form the basis for analyzing mathematical activities in educational contexts [9].

This article aims to explore the application of ATD in mathematics teaching, particularly in the context of school mathematics. We begin by introducing the theoretical foundations of ATD and its key concepts, including praxeology and didactic transposition. We then examine the relationship between ATD and the Theory of Didactical Situations (TDS), another influential framework in mathematics education [16]. Finally, we present three detailed examples from the school mathematics curriculum to illustrate how ATD can be used to analyze and improve the teaching and learning of mathematics.

2. Main Results

The Anthropological Theory of Didactics (ATD) is based on the idea that mathematical knowledge is not an isolated entity but is deeply embedded in social and institutional practices [17]. According to Chevallard, the process of teaching and learning mathematics involves the didactic transposition of knowledge, which refers to the transformation of scholarly knowledge into teachable content [13]. This process is influenced by the norms, values, and constraints of the educational institution in which it takes place [1].

ATD posits that any activity related to the production, dissemination, or acquisition of knowledge must be interpreted as a normative human activity. It then proposes a general model of human activity constructed through the idea of praxeology [7]. The similarities and differences between an educational system (referred to as an institution) in ATD can be understood and specified based on the conditions and constraints of the knowledge it utilizes ([3, 7, 8]). For every triplet consisting of a type of problem T , a technique τ , and a technology θ , there will be an associated theory Θ .

ATD introduces the concept of praxeology as a tool for analyzing mathematical activities. Praxeology consists of four interconnected elements [2]:

- (1) Problems (T): These are the tasks or questions that students are asked to solve.
- (2) Techniques (τ): These are the methods or procedures used to solve the problems.
- (3) Technology (θ): This refers to the explanations or justifications for the techniques.
- (4) Theory (Θ): This is the broader framework of knowledge that justifies the technology.

The Anthropological Theory of Didactics (ATD) is defined as a theory for observing mathematical activities through epistemological models of mathematical knowledge. One of the reasons for using the term “anthropological” is that ATD situates mathematical activities, and consequently the study of mathematics, within the realm of human activities and social institutions [10].

Indeed, the theoretical component $\Lambda = [\theta/\Theta]$, which is typically associated with the practical component $\Pi = [T/\tau]$, merges with it to form a praxeology, as illustrated here:

$$(2.1) \quad \Pi \oplus \Lambda = [T/\tau] \oplus [\theta/\Theta] = [T/\tau/\theta/\Theta]$$

The quadruple $[T/\tau/\theta/\Theta]$ is called a **praxeology**. Praxeology is a central concept and a key tool in the Anthropological Theory of Didactics (ATD). The aim of ATD is to provide a theory about human practices, and praxeology is the core concept for describing human actions. A praxeology is an ordered pair $(\Pi; \Lambda)$, where Π is also an ordered pair $(T; \tau)$ and Λ is an ordered pair $(\theta; \Theta)$.

Here, **θ** represents the **technology**, which serves explanatory statements. It is the part of human action that justifies the use of the technique τ to solve problems of type T . The purpose of the technology θ is to make the technique τ understandable, explainable, justifiable, and provable within a specific institution [7, 5]). To solve a mathematical problem, θ depends on $(T; \tau)$. In fact, one of the roles of technology is to establish such connections among types of problems and techniques. However, the technology θ must (or may) also be justified at a higher level, where it is typically connected to other technologies. This higher-level justification is Θ , which is called the **theoretical component** of the praxeology. Θ relates to θ as well as to other technologies. The ordered pair $(\theta; \Theta)$ is called the **logos component** of the praxeology, which operates essentially at the level of reasoning and proof and can justify and make understandable a given technology or set of technologies. The theory Θ may consist of propositions such as definitions, principles, lemmas, theorems, and results to explain and justify the technology θ [19].

These four elements form the basis of praxeology, which can be used to analyze both the practical and theoretical aspects of mathematical activities. ATD also emphasizes the importance of institutional constraints, which are the norms and rules that shape the teaching and learning of mathematics within a particular institution [11].

The Theory of Didactical Situations (TDS), developed by Guy Brousseau, is another influential framework in mathematics education [18]. TDS focuses on the design of learning situations that promote the construction of mathematical knowledge by students. While TDS is primarily concerned with the cognitive and psychological aspects of learning, ATD takes a broader perspective by considering the social and institutional dimensions of mathematics education [12].

Despite their differences, ATD and TDS share some common ground. Both theories emphasize the importance of analyzing the interactions between teachers, students, and mathematical content [4]. However, ATD goes further by considering the role of institutional constraints and the didactic transposition of knowledge. In this article, we explore how ATD can complement TDS by providing a more comprehensive framework for analyzing the teaching and learning of mathematics.

To illustrate the application of ATD in school mathematics, we present three detailed examples from the mathematics curriculum. Each example is analyzed using the praxeological model, which allows us to examine both the practical and theoretical aspects of the mathematical activities.

Example 2.1 (Drawing Tangents to a Circle). *The first example involves a geometry problem from the 9th-grade curriculum. Students are asked to draw two tangents from an external point to a circle and determine whether the lengths of these tangents are equal [14]. This problem is analyzed using the praxeological model as follows:*

- *Problems (T): The task is to draw two tangents from an external point to a circle and determine if they are equal in length.*
- *Techniques (τ): Students use geometric constructions and properties of tangents to solve the problem.*
- *Technology (θ): The technology involves the use of dynamic geometry software (e.g., GeoGebra) to visualize and justify the geometric constructions.*
- *Theory (Θ): The theoretical basis for this problem lies in the properties of congruent triangles and the perpendicularity of the radius to the tangent at the point of contact.*

This example demonstrates how ATD can be used to analyze the practical and theoretical aspects of a geometry problem, providing insights into the teaching and learning process.

Example 2.2 (Calculating the Area of a Triangle Using the Law of Sines). *The second example is a trigonometry problem from the 10th-grade curriculum. Students are asked to calculate the area of a triangle given two sides and the included angle [15]. This problem is analyzed as follows:*

- *Problems (T): The task is to calculate the area of a triangle using the Law of Sines.*
- *Techniques (τ): Students apply the formula for the area of a triangle using the Law of Sines.*
- *Technology (θ): The technology involves the use of dynamic geometry software to visualize the triangle and verify the calculations.*

- *Theory (Θ): The theoretical basis for this problem lies in the Law of Sines and the properties of trigonometric functions.*

This example highlights the importance of connecting practical techniques with theoretical knowledge in the teaching of trigonometry.

Example 2.3 (Similarity of Triangles). *The third example involves a problem on the similarity of triangles, taken from the Indonesian mathematics curriculum [2]. Students are asked to find the lengths of unknown sides in two similar triangles. This problem is analyzed as follows:*

- *Problems (T): The task is to find the lengths of unknown sides in two similar triangles.*
- *Techniques (τ): Students use the properties of similar triangles to set up and solve proportions.*
- *Technology (θ): The technology involves the use of dynamic geometry software to visualize the similar triangles and verify the solutions.*
- *Theory (Θ): The theoretical basis for this problem lies in the properties of similar triangles and the concept of proportionality.*

This example demonstrates how ATD can be applied to analyze problems involving geometric similarity, providing a deeper understanding of the teaching and learning process.

3. Conclusion

The present study aims to introduce the Anthropological Theory of the Didactic (ATD) as a research perspective in mathematics education and demonstrates how ATD, through the lens of praxeology, can serve as a framework for studying mathematical situations. ATD describes human practices, including the doing, teaching, and learning of mathematics, in terms of praxeologies composed of two complementary components: a practical component (“knowhow”) consisting of types of problems and techniques for solving them, and a theoretical component that emerges as a body of discourse to describe, explain, and justify the practical component.

The Anthropological Theory of the Didactic is also connected to the theory of didactic situations, as both examine the processes of teaching and learning mathematics. However, the theory of didactic situations is primarily grounded in psychological and cognitive perspectives, whereas ATD draws on anthropological and sociological viewpoints. The empirical epistemology of the theory of didactic situations relies on the observation and analysis of classroom implementations. Thus, the primary focus is not on the cognitive subject, i.e., the student, but rather on the situations that organize the relationship between such subjects and mathematical knowledge, as well as the reasons for its existence.

Research on ATD offers the potential for a paradigm shift in the teaching and learning of mathematics. The theoretical framework of ATD, particularly its praxeological analytical tools, has been



developed for application in any educational situation, regardless of the prevailing teaching and learning paradigm. In the field of mathematics education, ATD has been internationally studied due to the advancements it has demonstrated both in mathematics education research and in other domains. However, in the domestic research literature, this theoretical framework has not received significant attention. Therefore, it is suggested that ATD be utilized in national-level research in mathematics education to leverage its potential in enhancing teaching and learning processes.

Sajjad Zamanabadi

Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Computer Science, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran & Mathematics Education Research Group, Mahani Mathematical Research Center, Afzalipour Research Institute, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
sajjadzamanabadi@yahoo.com

Abolfazl Rafiepour

Associate Professor at Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Computer, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran & Head of Mathematics Education Research Group at Mahani Math Center, Afzalipour Research Institute, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran
Rafiepour@uk.ac.ir

کاربرد نظریه مردم‌شناسی آموزش در تدریس ریاضی

سجاد زمان‌آبادی^۱ و ابوالفضل رفیع‌پور^{۲*}

چکیده. نظریه مردم‌شناسی آموزش یک نظریه جدید در حوزه آموزش ریاضیات است که توسط یک ریاضیدان فرانسوی به نام چولارد در سال ۱۹۹۱ ارائه شد. تمرکز اصلی نظریه مردم‌شناسی آموزش بر روی تعاملات انسانی در فرآیند یاددهی-یادگیری است. طبق چارچوب نظریه مردم‌شناسی آموزش، هدف تعلیم و تربیت روشن ساختن سازوکاری است که دانش در نهاد I در جامعه S به افراد x منتقل می‌شود. چولارد، دو جنبه از فعالیت ریاضی انسان را شناسایی کرد که شامل یک بخش عملی و یک بخش دانشی است. نظریه مردم‌شناسی آموزش ابزاری را برای تحلیل فعالیت‌های ریاضی با توجه به اجزای تشکیل‌دهنده آن و شرایط موجود در نهاد آموزشی تحت عنوان گُنیش‌شناسی معرفی می‌کند. گُنیش‌شناسی یک مفهوم محوری و ابزار مهم در نظریه مردم‌شناسی آموزش است. هدف نظریه مردم‌شناسی آموزش، ارائه نظریه‌ای درباره اعمال انسانی است و گُنیش‌شناسی مفهوم اصلی برای توصیف اعمال انسان است. بخش عملی و بخش دانشی اجزای تشکیل‌دهنده گُنیش‌شناسی هستند. بخش عملی شامل مسائل و تکنیک‌ها است. بخش دانشی شامل تکنولوژی است که توضیح‌دهنده بخش عملی می‌باشد. همچنین بخش دانشی، حاوی یک نظریه است که توجیه‌کننده تکنولوژی مورد استفاده می‌باشد. چهار عنصر نظریه مردم‌شناسی آموزش (مسائل، تکنیک‌ها، تکنولوژی و نظریه) به هم متصل هستند. در این مقاله پس از معرفی نظریه مردم‌شناسی آموزش، ارتباط این نظریه با نظریه موقعیت‌های آموزشی بیان شده است. سپس کاربرد این نظریه در سه مثال ریاضی از برنامه درسی ریاضیات مدرسه‌ای، با جزئیات بررسی شده است. مقاله با این ایده که به کارگیری نظریه مردم‌شناسی آموزش می‌تواند منجر به تغییر پارادایم در فرآیند یاددهی-یادگیری ریاضی مدرسه‌ای شود، به پایان می‌رسد.

۱. مقدمه

نظریه مردم‌شناسی آموزش^۱ ([3] ATD) یک نظریه جدید در ریاضیات آموزشی است که توسط یک ریاضیدان فرانسوی به نام چولارد^۲ (شکل ۱) در سال ۱۹۹۱ ارائه شد.

عبارات و کلمات کلیدی: نظریه مردم‌شناسی آموزش، گُنیش‌شناسی، آموزش ریاضی مدرسه‌ای، موقعیت‌های آموزشی.

نوع مقاله: ترویجی

دبیرتخصصی رابط: سعید مقصودی

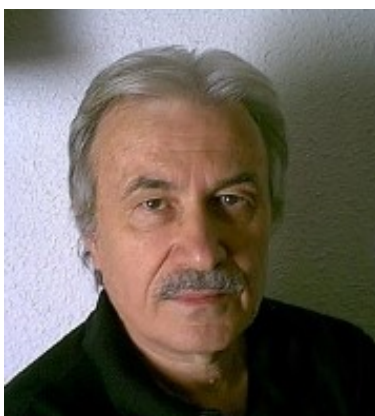
* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۹ تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۴/۰۴/۱۶

ارجاع به مقاله: س. زمان‌آبادی و ا. رفیع‌پور، کاربرد نظریه مردم‌شناسی آموزش در تدریس ریاضی، ریاضی و جامعه، ۱۱ شماره ۱ (۱۴۰۵) ۲۵-۴۱.

<https://dx.doi.org/10.22108/msci.2025.143082.1718>

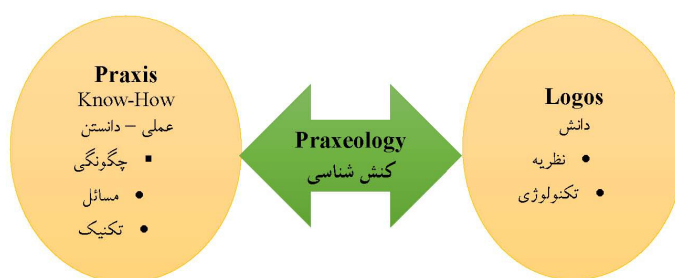
¹theorie anthropologique du didactique ²Chevellard



شکل ۱. چولارد

Figure 1: Chevillard

نظریه مردم‌شناسی آموزش، برای مشاهده فعالیت‌های ریاضی انسان از طریق یک مدل معرفت‌شناختی دانش ریاضی است [۳]، [۶]، [۷]، [۸]، [۹]. با استفاده از نظریه مردم‌شناسی آموزش می‌توان تمام فعالیت‌های انسانی را در یک نهاد مشخص کرد. نظریه مردم‌شناسی آموزش به‌عنوان یک مدل معرفت‌شناختی، برای بررسی فعالیت‌های مختلف ریاضی در زمینه‌های نهادی مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد [۶]. طبق چارچوب نظریه مردم‌شناسی آموزش، هدف تعلیم و تربیت روشن ساختن سازوکاری است که دانش در نهاد I در جامعه $\hat{S}$ به افراد x منتهی شود [۷]. برخی چارچوب‌ها و روش‌ها از طریق مطالعات مختلف در نظریه مردم‌شناسی آموزش توسعه یافته و به مسئله گرفته شده‌اند. یکی از آنها مفهوم کنش‌شناسی^۳ها است. کنش‌شناسی به معنای مطالعه اعمال و رفتار انسان است [۱۴]. به‌منظور درک بهتر واژه کنش‌شناسی در شکل ۲ می‌بینید که کنش‌شناسی ارتباط بین دانش (نظریه و تکنولوژی) و عمل (مسائل و تکنیک) می‌باشد.



شکل ۲. کنش‌شناسی

Figure 2: Praxeology

جدول ۱ نشان می‌دهد که دانش و فعالیت‌های یک مدل عمل‌شناسی به‌صورت $(\Theta, \theta, \tau, T)$ ، که در آن (T) نوع مسئله‌ای است که به دانش‌آموزان داده می‌شود، (τ) تکنیکی است که دانش‌آموزان در حل مسائل استفاده می‌کنند، (θ) تکنولوژی مورد استفاده است و (Θ) نظریه‌ای است که برای توجیه یک تکنولوژی استفاده می‌شود. این چهار عنصر به هم مرتبط هستند. در

³Praxeology

جدول ۱. مفهومی از بخش‌های مختلف کنش‌شناسی [۱۵]

Table 1: A concept from different parts of praxeology [15]

راهی برای به کارگیری نظریه در عمل (توضیح نویسندگان)	
بخش دانش	بخش عملی
(θ) تکنولوژی: راهی برای توضیح و توجیه (یا طراحی) تکنیک ^a	(T) وظیفه: مسئله داده شده
(Θ) نظریه: برای توضیح، توجیه یا تولید، هر بخشی از تکنولوژی	(τ) تکنیک: روشی برای انجام نوع مسئله

یک کلاس، تکالیف (T) می‌تواند از مطالب خاصی در کتاب‌ها باشد. بنابراین، دانش‌آموزان برای تکمیل تکالیف (T) به تکنیک (τ) نیاز دارند. در اصل، یک مسئله خاص (T) را می‌توان با استفاده از تکنیک‌های مختلف انجام داد (τ) و یک تکنولوژی (θ) می‌تواند چندین نوع تکنیک را به مسئله گیرد (τ) همانطور که توسط پوترا و ویتري^۴، توصیف شده است [۱۳].

کنش‌شناسی نه تنها به عنوان ابزاری برای کالبد شکافی دانش ریاضی عمل می‌کند، بلکه کاربرد آن را به بررسی دانش تعلیمی نیز گسترش می‌دهد. ماهیت مسئله آموزشی (T) به نحوه آموزش ریاضیات توسط معلم مرتبط است، از جمله اینکه چگونه معلم موقعیت‌ها را در کلاس با هدف سازماندهی به‌طوری‌که دانش‌آموزان بتوانند چندین تکنیک (τ) را درک کنند، مرتبط است. به عنوان مثال، یک فرآیند آموزشی که معلم یا دانش‌آموز محور خواهد بود. در واقع، بخش نظری فناورانه یک عمل‌شناسی آموزشی برای توجیه تکنیک به مسئله گرفته شده، استفاده می‌شود. این تکنیک‌ها بسته به دانش و تجربه بسیار متفاوت است. این سازمان عمل‌شناسی آموزشی، به عنوان یک سازمان آموزشی شناخته می‌شود [۱۳]. نظریه مردم‌شناسی آموزش، ابزاری را برای تحلیل فعالیت‌های ریاضی با توجه به اجزای تشکیل‌دهنده آن و شرایط موجود در نهاد آموزشی تحت عنوان کنش‌شناسی معرفی می‌کند [۳]، [۱]، [۲].

۲. چارچوب نظری

نظریه مردم‌شناسی آموزش را به عنوان نظریه‌ای برای مشاهده فعالیت‌های ریاضی از طریق مدل‌های معرفت‌شناختی دانش ریاضی تعریف می‌کنند. یکی از دلایل استفاده از اصطلاح «مردم‌شناسی» این است که ATD فعالیت‌های ریاضی و در نتیجه مطالعه ریاضیات را در محدوده مجموعه فعالیت‌های انسانی و نهادهای اجتماعی قرار می‌دهد [۱۰]. مفهوم ATD دستکاری هر ماده‌ای با اهداف آموزشی است. این تحقیق عمل‌شناسی را به عنوان کمکی به جنبه نظری می‌پذیرد، که بخش مهمی از ATD است.

ATD فرض می‌کند که هر فعالیت مربوط به تولید، انتشار یا کسب دانش باید به عنوان یک فعالیت معمولی انسانی تفسیر شود و سپس یک مدل کلی از فعالیت انسانی را پیشنهاد می‌کند که از طریق ایده عمل‌شناسی ساخته شده است [۷]. شباهت‌ها و تفاوت‌های بین یک دستگاه آموزشی (مؤسسه نامیده می‌شود) در ATD را می‌توان بر اساس شرایط و محدودیت‌های دانشی که استفاده می‌کند درک و مشخص کرد [۷]، [۸]، [۹].

نقطه شروع این فرضیه (مردم‌شناسی) است که هر فعالیتی که در یک مؤسسه انجام می‌شود به تعدادی «قسمت» اساسی به نام مسائل تقسیم می‌شود، واقعیتی که باید بنویسیم:

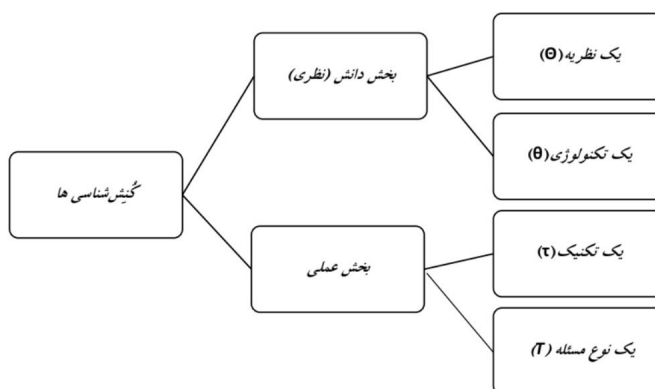
$$(۱) \quad t_i = t_1 \wedge t_2 \wedge \dots \wedge t_n$$

⁴Putra & Witri (2017)

T ، به‌عنوان نقطه شروع کل مفهوم‌گنیش‌شناسی، مجموعه‌ای از مسائل (به نوعی مرتبط) است که در آن یک مسئله t ($t \in T$) می‌تواند (تقریباً) هر چیزی باشد که توسط یک انسان انجام یا تحقق یابد، اگرچه درمورد ما این یک مسئله ریاضی خواهد بود. برای این دستیابی به استفاده از یک تکنیک نیاز است که عنصری از τ ، مجموعه چند تکنیک ممکن است، بنابراین τ در رابطه با T است. یعنی می‌توان از تکنیک‌های مختلف برای حل یک مسئله در T استفاده کرد. برای مثال، اگر T یک نوع مسئله باشد، به‌عنوان مثال، T فقط شامل چنین مسئله‌هایی است که می‌توانند با یک تکنیک حل شوند، که به آن عمل‌شناسی نقطه‌ای می‌گویند. هر مسئله از نوع خاصی از T_i است که عموماً با یک فعل عمل با مفعول مستقیم بیان می‌شود، مانند «ضرب مسئله کردن»، «حل معادله درجه دوم»، «محاسبه انتگرال معین»، «برای تعیین بیان جبری دقیق مساحت یک هفت ضلعی منتظم» و ... [۷].

سه نکته شایسته تأکید است:

- اولاً، مفهوم نوع مسائل در ATD برای هر نوع فعالیت انسانی اعم از ریاضیات، آشپزی، مراقبت روزانه از بدن، سرگرمی، ادبیات، خلاقیت هنری، آموزش یا آنچه شما دارید، صدق می‌کند.
 - ثانیاً، یک نوع مسئله می‌تواند چیزی کوچک (بازکردن قوطی) یا چیزی بسیار بزرگ‌تر «نوشتن یک رساله سه جلدی درمورد ATD» باشد.
 - ثالثاً، مفهوم مسئله در ATD ارتباط چندانی با مفهوم «یک قطعه مسئله» به معنای معمولی این عبارت ندارد [۷].
- برای هر سه‌گانه‌ای که از یک نوع مسئله T ، یک تکنیک τ و یک تکنولوژی θ تشکیل شده است، یک نظریه مرتبط با Θ وجود خواهد داشت. در شکل ۳ دسته‌بندی چهارگانه گنیش‌شناسی‌ها را در دو بخش دانش و عملی می‌بینید.



شکل ۳. گنیش‌شناسی [۱۵]

Figure 3: Praxeology [15]

برای مثال، این اصل دلالت بر این دارد که وقتی کسی دندان‌های خود را مسواک می‌زند، رفتار او تا حدی توسط «ایده‌های» نظری فرد درمورد بهداشت دندان تعیین می‌شود و این ایده‌ها ممکن است به نوبه خود توسط روابط فرد با بسیاری از اشیاء (مسواک) تعیین شود. به‌عنوان یک قاعده، یک نظریه Θ به معنای ATD به انبوهی از اشیاء مربوط می‌شود که به واسطه عمل‌شناسی‌ها، به شکل دادن به رفتار افراد و نهادها کمک می‌کنند [۷].

در واقع، بخش‌نظری $\Lambda = [\theta/\Theta]$ که به‌طور معمول با بخش‌عملی $\Pi = [T/\tau]$ مرتبط است، با آن ادغام می‌شود تا یک عمل‌شناسی را تشکیل دهد، همان‌طور که در اینجا نشان داده شده است:

$$(۲) \quad \Pi \oplus \Lambda = [T/\tau] \oplus [\theta/\Theta] = [T/\tau/\theta/\Theta].$$

چهارگانه $[T/\tau/\theta/\Theta]$ ، گنیش‌شناسی نامیده می‌شود. گنیش‌شناسی یک مفهوم محوری و ابزار مهم در نظریه مردم‌شناسی آموزش (ATD) است. هدف، ATD، ارائه نظریه‌ای درباره اعمال انسانی است و گنیش‌شناسی مفهوم اصلی برای توصیف اعمال انسان است. یک عمل‌شناسی یک جفت مرتب است $(\Pi; \Lambda)$ که در آن Π نیز یک جفت مرتب شده $(T; \tau)$ است و Λ همچنین یک جفت مرتب شده $(\theta; \Theta)$ است. θ نشان‌دهنده تکنولوژی است، که در خدمت گزاره‌های توضیحی می‌باشد، این بخشی از کنش انسانی است که، استفاده از تکنیک τ را برای انجام مسائل T توجیه می‌کند. هدف تکنولوژی θ قابل فهم کردن، توضیح دادن، توجیه کردن و اثبات کردن تکنیک τ در نهاد مشخص است [۵]، [۷]. برای حل یک مسئله ریاضی θ به $(T; \tau)$ بستگی دارد. در واقع یکی از نقش‌های تکنولوژی ایجاد چنین ارتباطاتی در میان انواع مسئله‌ها و تکنیک‌ها است. با این حال، تکنولوژی θ باید (یا ممکن است) در سطح بالاتری نیز توجیه شود، جایی که معمولاً به تکنولوژی‌های دیگر متصل است. این توجیه سطح بالاتر Θ است و عنصر نظری عمل‌شناسی نامیده می‌شود. Θ به θ و همچنین سایر تکنولوژی‌ها مربوط می‌شود. جفت مرتب شده $(\theta; \Theta)$ ، بخش لوگوی عمل‌شناسی نامیده می‌شود که اساساً در سطح استدلال و اثبات است و می‌تواند تکنولوژی یا مجموعه‌ای از تکنولوژی‌های داده شده را توجیه و قابل فهم کند. نظریه Θ می‌تواند از گزاره‌هایی مانند تعاریف، اصول، لم‌ها، قضیه‌ها و نتایج برای توضیح و توجیه تکنولوژی θ باشد [۱۷]. در شکل ۴ تعداد پارساهای دفاع شده با چارچوب نظریه ATD به تفکیک سال (۲۰۱۷-۲۰۰۵) در کشور برزیل را مشاهده می‌کنید.



شکل ۴. تعداد رساله‌ها و پایان‌نامه‌های دفاع شده به تفکیک سال در برزیل [۱۱]

Figure 4: Number of theses and dissertations defended by year in brazil [11]

۳. ارتباط نظریه مردم‌شناسی آموزش با نظریه موقعیت‌های آموزشی

نظریه موقعیت‌های آموزشی^۵ (به اختصار TDS) هر موقعیتی را که شامل تعامل معلم- دانش‌آموز- محتوا می‌باشد را مطالعه می‌کند. این طرحواره سه‌جانبه معمولاً با مفهومی از تدریس همراه است که معلم می‌خواهد آن را آموزش دهد.

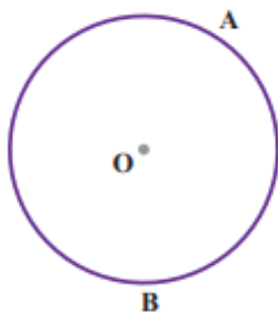
^۵theory of didactical situations (TDS)

به عبارت دیگر؛ مفاهیم ریاضی در هسته طراحی موقعیت آموزشی قرار دارد [۱۶]. نظریه موقعیت‌های آموزشی، بیشتر بر روی موقعیت‌های آموزشی و تعاملات بین معلم و دانش‌آموز در کلاس درس تمرکز دارد. این نظریه به بررسی چگونگی ایجاد موقعیت‌های آموزشی که منجر به یادگیری مؤثر می‌شوند، می‌پردازد و به نقش فعال دانش‌آموز در فرآیند یادگیری تأکید دارد. نظریه‌های موقعیت‌های آموزشی و نظریه مردم‌شناسی آموزش، هر دو به بررسی فرآیندهای آموزش و یادگیری ریاضی می‌پردازند. نظریه موقعیت‌های آموزشی بیشتر بر اساس دیدگاه‌های روانشناختی و شناختی استوار است، در حالی که نظریه مردم‌شناسی آموزش از دیدگاه‌های انسان‌شناختی و جامعه‌شناختی بهره می‌برد. معرفت‌شناسی تجربی، نظریه موقعیت‌های آموزشی بر مشاهده و تحلیل پیاده‌سازی‌های کلاس درس متکی است. بنابراین، هدف اصلی، در اینجا موضوع شناختی، یعنی دانش‌آموز نیست، بلکه موقعیت‌هایی است که رابطه این‌گونه موضوعات را با دانش ریاضی و دلایل وجودی آن سازمان می‌دهد. نظریه مردم‌شناسی آموزش در این برنامه تحقیقاتی معرفتی در آموزش ریاضی شرکت می‌کند [۱۲]، که توصیف، مدل‌سازی و بازسازی دانشی که باید آموزش داده شود را در هسته تحقیقات آموزشی قرار می‌دهد. تفاوت مهم بین نظریه موقعیت‌های آموزشی و مردم‌شناسی آموزش در نوع مدل‌های معرفتی مرجع است [۴].

۴. کاربرد نظریه مردم‌شناسی آموزش در مثال‌های ریاضی

در این بخش سه مثال از محتوای برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای که بر اساس نظریه مردم‌شناسی آموزش تدوین شده‌اند، ارائه شده است. مثال اول از کتاب ریاضی پایه نهم و با محتوای هندسه است. مثال دوم از دبیرستان دوره دوم از فصل مثلثات، کتاب ریاضی پایه دهم انتخاب شده است. مثال سوم نیز از کتب درسی ریاضی متوسطه اول اندونزی، مطالعه‌ای توسط ویجایانتی (۲۰۱۵) به منظور نشان دادن ارتباط بین تناسب در هندسه (شباهت) و حساب (جیره و نسبت) می‌باشد، گرفته شده است [۱۵].

مثال ۱.۴. از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره (شکل ۵) رسم کنید. آیا اندازه این دو مماس با هم برابر است؟ [۱۸].

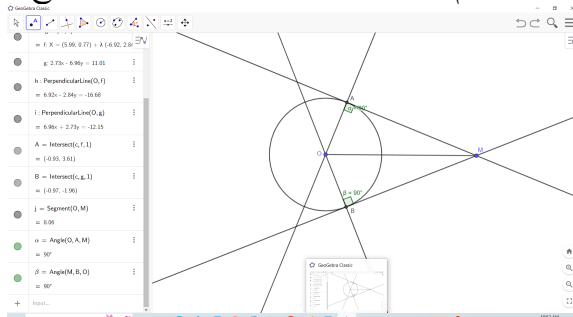


شکل ۵. دایره‌ای به مرکز O و شعاع دلخواه

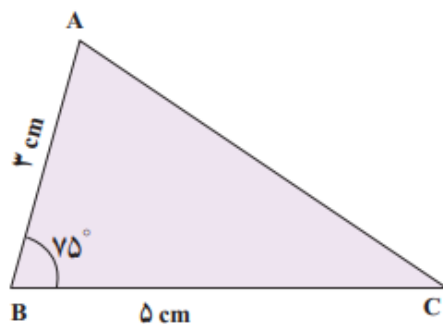
Figure 5: A circle with a center O and arbitrary radius

جدول ۲. کنش‌شناسی مثال ۱.۴

Table 2: Praxeology Example 4.1

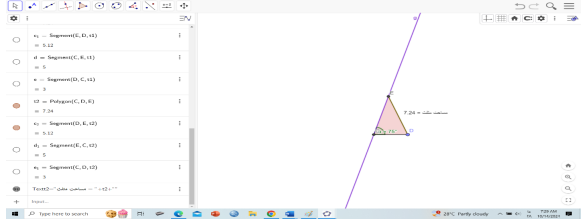
T	T_1: نقطه‌ای خارج از دایره رسم کرده و آن را M بنامید. T_2: از مرکز دایره به نقطه‌های M, A, B وصل کنید.
τ	شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است پس OA بر AM و OB بر BM عمود است. $\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ OA = OB \quad (\text{شعاع}) \Rightarrow \Delta OAM \cong \Delta OBM \quad (\text{وتر و یک ضلع}) \Rightarrow AM = BM \\ OM = OM \quad (\text{وتر}) \end{cases}$
θ	در نرم‌افزارهای هندسه پویا (جئوجبرا) دایره‌ای به شعاع دلخواه رسم کرده و با مشخص کردن نقطه‌ای بیرون از دایره و رسم مماس‌های آن بر دایره، به توضیح تکنیک می‌پردازیم. 
Θ	در هندسه دو شکل هم‌نهشت هستند، اگر بتوان به هر تعداد تبدیل (ترکیبی از انتقال، دوران و بازتاب) آنها را برهم منطبق کرد؛ به عبارت دیگر، در دو شکل، تمامی زوایا و اضلاع نظیر هم برابر باشند. اگر دو شکل هم‌نهشت باشند، تمام اجزای آنها نیز هم‌نهشت (برابر، مساوی) هستند.

مثال ۲.۴. فرض کنید $\sin 75^\circ = 0.96$ باشد. مساحت مثلث ABC در شکل ۶ را به دست آورید [۱۹].

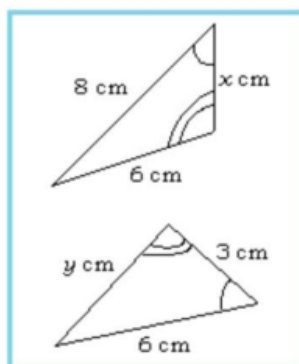
شکل ۶. مثلث ABC Figure 6: Triangle ABC

جدول ۳. کنش‌شناسی مثال ۲.۴

Table 3: Praxeology Example 4.2

T	رابطه به‌دست آوردن مساحت مثلث با کمک سینوس را بیابید.
τ	$\begin{cases} \overline{AB} = 3cm \\ \overline{BC} = 5cm \\ \hat{B} = 75^\circ \\ \sin 75^\circ = 0.96 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin B \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times 0.96 \Rightarrow S = 7.2$
θ	در نرم‌افزارهای هندسی پویا (جئوجبرا) مثلث ABC را متناسب با شرایط داده شده رسم می‌کنیم و سپس با کمک نرم‌افزار مساحت آن را محاسبه می‌کنیم 
Θ	قانون سینوس‌ها: با استفاده از قانون سینوس‌ها در هر مثلث دلخواه می‌توان با معلوم بودن اندازه یک ضلع و دو زاویه مجاور آن، اندازه دو ضلع دیگر را محاسبه نمود. هم‌چنین می‌توان مساحت مثلث (S) و شعاع محیطی آن (R) را به‌دست آورد: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R = \frac{abc}{S}$ بر اساس اتحاد بالا، مثلث با معلوم بودن اندازه دو ضلع و زاویه میان آنها از رابطه زیر قابل محاسبه است: $S = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin C$

مثال ۳.۴. در شکل زیر مقادیر x و y را بیابید.

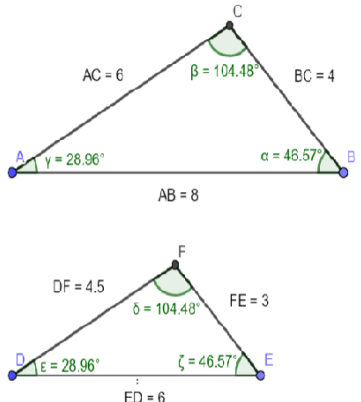


شکل ۷. دو مثلث متشابه

Figure 7: Two similar triangles

جدول ۴. کنش‌شناسی مثال ۳.۴

Table 4: Praxeology Example 4.3

T	T_1 : نسبت اضلاع متناظر را بنویسید.
τ	$\begin{cases} \frac{8}{6} = \frac{y}{6} \Rightarrow 8y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{8} \Rightarrow y = 4\frac{1}{2} \\ \frac{8}{6} = \frac{x}{4} \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{6} \Rightarrow x = 4 \\ y = 4\frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases}$
θ	در نرم‌افزارهای هندسه پویا (جئوجبرا) دو مثلث را رسم کرده و مشاهده می‌کنیم با مقادیر به دست آمده برای اضلاع y و x دو مثلث متشابه خواهند داشت. 
Θ	تشابه مثلث‌ها: دو مثلث با یکدیگر متشابه هستند اگر و تنها اگر اندازه زوایای متناظر برابر و اضلاع متناظر متناسب باشند.

۵. نتیجه‌گیری

مطالعه حاضر در راستای معرفی نظریه مردم‌شناسی آموزش به‌عنوان دیدگاه پژوهشی در ریاضیات آموزشی بوده و نشان دادیم که چگونه ATD می‌تواند از طریق عمل‌شناسی به عنوان چارچوبی برای مطالعه وضعیت ریاضی ایفای نقش کند. شیوه‌های انسانی (از جمله انجام ریاضیات و آموزش و یادگیری آن) را بر حسب عمل‌شناسی‌های متشکل از دو بخش مکمل، توصیف می‌کند: یک بخش عملی («دانش، چگونه») که از انواع مسائل و تکنیک‌ها برای انجام انواع مسئله تشکیل شده است و بخش نظری که به عنوان مجموعه‌ای از گفتمان برای توصیف، توضیح و توجیه بخش عملی ظاهر می‌شود. نظریه مردم‌شناسی آموزش با نظریه موقعیت‌های آموزشی نیز مرتبط است به گونه‌ای که هر دو به بررسی فرآیندهای آموزش و یادگیری ریاضی می‌پردازند. نظریه موقعیت‌های آموزشی بیشتر بر اساس دیدگاه‌های روانشناختی و شناختی استوار است، در حالی که نظریه مردم‌شناسی آموزش از دیدگاه‌های انسان‌شناختی و جامعه‌شناختی بهره می‌برد. معرفت‌شناسی تجربی، نظریه موقعیت‌های آموزشی بر مشاهده و تحلیل پیاده‌سازی‌های کلاس درس متکی است. بنابراین، هدف اصلی در اینجا موضوع شناختی، یعنی دانش آموز نیست، بلکه موقعیت‌هایی است که رابطه این‌گونه موضوعات را با دانش ریاضی و دلایل وجودی آن سازمان می‌دهد. تحقیقات در مورد ATD امکان تغییر پارادایم در تدریس و یادگیری ریاضیات را فراهم می‌کند، چارچوب نظری ATD و به‌ویژه ابزار تحلیل عمل‌شناختی برای اعمال در هر نوع موقعیت آموزشی، متعلق به هر پارادایم آموزش و یادگیری ایجاد شده است.

در زمینه آموزش ریاضیات، ATD با توجه به پیشرفت‌هایی که هم در تحقیقات در آموزش ریاضیات و هم در زمینه‌های دیگر نشان داده است، در سطح بین‌المللی مورد مطالعه قرار گرفته است در صورتی‌که در ادبیات پژوهش داخلی به این چارچوب نظری توجه آنچنانی نشده است، بنابراین پیشنهاد می‌شود در سطح ملی در کارهای پژوهشی آموزش ریاضی مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

- [1] J. Barbé, M. Bosch, L. Espinoza and J. Gascón, Didactic restrictions on the teacher's practice: The case of limits of functions in Spanish high schools, *Educational Studies in Mathematics*, **59** (2005) 235–268.
- [2] B. Barquero, M. Bosch and J. Gascón, The ecological dimension in the teaching of mathematical modelling at university, *Recherches en didactique des mathématiques*, **33** no. 3 (2013) 307–338.
- [3] M. Bosh and J. Gascón, Introduction to the anthropological theory of the didactic (ATD), *Networking of theories as a research practice in mathematics education: Advances in mathematics education*, Springer, (2014) 67–83.
- [4] M. Bosch and J. Gascón, 25 years of the didactic transposition, *Bulletin - ICMI*, **58** (2006) 51–65.
- [5] M. Bosch, Y. Chevallard, F. García and J. Monaghan, *Working with the anthropological theory of the didactic in mathematics education: A comprehensive casebook*, Routledge, Taylor Francis Group, 2019.
- [6] Y. Chevallard, A theoretical approach to curricula, *Journal Für Mathematik-Didaktik*, **13** no. 2 (1992) 215–230.
- [7] Y. Chevallard, Introducing the anthropological theory of the didactic an attempt at a principled approach, *Hiroshima J. Math. Educ.*, **12** (2019) 71–114.
- [8] Y. Chevallard and G. Sensevy, Anthropological approaches in mathematics education, French perspectives, *Encyclopedia of Mathematics Education*, (2014) 38–43.
- [9] Y. Chevallard, Steps towards a new epistemology in mathematics education, *In: Proceedings of the IV Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (2006) 21–30.
- [10] Y. Chevallard, Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique, *Recherches em Didactique dès Mathématiques*, **19** no. 2 (1999) 221–226.
- [11] S. Dos Prazeres Santos and L. M. Santos Farias, The anthropological theory of the didactic in Brazilian researches, *The Mathematics Enthusiast*, **19** no. 2 (2022) 501–524.
- [12] J. Gascón, From the cognitive to the epistemological programme in the didactics of mathematics: Two incommensurable scientific research programmes?, *For the learning of mathematics*, **23** no. 2 (2003) 44–55.
- [13] R. Kusharyadi, S. Fatimah and K. Kusnandi, A praxeological review of concept-sequence and series: Comparing Malaysia and Indonesia textbooks, *Jurnal Elemen*, **10** no. 2 (2024) 239–259.
- [14] R. P. Murphy, A. Gabriel, *Study guide to human action, a treatise on economics*, Ludwig von Mises Institute, 2008.

- [15] ZH. Putra and G. Witri, Anthropological theory of the didactic (ATD) a new research perspective on didactic mathematics in Indonesia. *Jurnal Pendidikan Guru, Journal of Teacher Education*, **2** no. 1 (2017) 221-227.
- [16] F. Ronning, Opportunities for language enhancement in a learning environment designed on the basis of the theory of didactical situations, *ZDM-Mathematics education*, **53** no. 2 (2021) 305-316.
- [17] H. Stromskag and Y. Chevallard, Didactic transposition and the knowledge to be taught: towards an archeorganisation for concave/convex functions, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, (2024) 1-28.

[۱۸] کتاب ریاضی، پایه نهم، ۱۳۹۹.

[۱۹] کتاب ریاضی، پایه دهم، ۱۴۰۳.

سجاد زمان‌آبادی

بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.
sajjadzamanabadi@yahoo.com

سجاد زمان‌آبادی متولد آبان ماه ۱۳۷۶ شهر فهرج استان کرمان است. وی در سال ۱۳۹۵ وارد مقطع کارشناسی رشته آموزش ریاضی دانشگاه فرهنگیان پردیس خواجه نصیرالدین طوسی کرمان شد و مقطع کارشناسی ارشد خود را در دانشگاه شهید باهنر کرمان گذراند و هم‌اکنون نیز دانشجوی دکتری رشته آموزش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان می‌باشد.



ابوالفضل رفیع‌پور

بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران.
Rafiepour@uk.ac.ir

ابوالفضل رفیع‌پور متولد سال ۱۳۵۸ در شهر تهران است. وی پس از فارغ‌التحصیل در دوره دکتری ریاضی با تمرکز بر آموزش ریاضی از دانشگاه شهید بهشتی در سال ۱۳۸۹ وارد بخش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان شد و هم‌اکنون دانشیار بخش آموزش ریاضی در این دانشگاه است. یک دوره ریاست خانه ریاضیات کرمان، دو دوره نایب رئیس شورای خانه‌های ریاضیات ایران و دو دوره همکاری در هیئت تحریریه مجله فرهنگ و اندیشه ریاضی از جمله سوابق علمی- اجرایی ایشان است. او هم‌اکنون نماینده انجمن ریاضی ایران در کمیسیون بین‌المللی تدریس ریاضی (ایکمای) است.

