

MATHEMATICS, AN IRREPLACEABLE CHIEVEMENT WITH NO EXPIRATION DATA

MARYAM ALIPOUR[✉] AND OMID ZABETI^{✉*}

ABSTRACT. Undoubtedly, what introduces mathematics as the queen of human sciences and distinguishes it from all sciences is the existence of the essence of freedom in meaning and Its meaning is In other words, the role of mathematics in the universe is the discovery of tools and features of the secrets of the natural world, which is important in two ways: 1. It confirms and interprets all scientific theories. 2. It has a deep, profound and basic view of all issues. In this article, we try to look at the irreplaceable applications of mathematics from another angle. How mathematics has a tremendous impact on our lives moment by moment and leads us towards the true meaning of life. In fact, we try to express and interpret the applications of the irreplaceable role of mathematics in intellectual, analytical and skill abilities by relying on general mathematics materials, which is considered a basic course in most scientific fields. The main goal of this article is concrete promotion of mathematics.

1. Introduction

Let us start with some motivation. It is obvious that science, in general, has been discovered and obtained over years to make life easier and more enjoyable, so that every science should have a real meaning to our life. Now let us focus on mathematics as the fundamental of all the sciences. The first key point here is that we do not obtain mathematics but we just discover it; in fact, mathematics, with many invaluable notions, really exists in the universe, just, we do need to discover it. In the language

Keywords: Application of mathematics, Interpretation of mathematics, Calculus I.

Communicated by Bijan Davvaz.

Article Type: Research Paper.

*Corresponding author.

Received: 25-12-2023, Accepted: 18-06-2024, Published Online: 29-06-2024.

Cite this article: M. Alipour and O. Zabeti, Mathematics, an irreplaceable chievement with no expiration data, *Mathematics and Society*, **9** no. 2 (2024) 49–69.

<http://dx.doi.org/10.22108/msci.2024.140207.1635> .

of examples, mathematics is an invaluable treasure in a sunken ship in the deepest part of the ocean of awareness.

The idea of writing this paper appeared to provide an answer to this basic question. Where is mathematics in our lives and why is it important? To answer this question in everyday life, let us enter the world of general mathematics and its concepts. For undefined terminologies as well as the related concepts, see [1, 2, 3, 4, 5].

2. Main Results

2.1. Functions. As we mentioned before, the function is one of the most important parts of mathematics. Math without function is almost null; most of the useful objects in mathematics are functions in their own nature. A function from a set A into B is a collection of ordered pairs in which no two ordered pairs have the same first components. This is the best way to make value of the output of the function! Again, as we said before, our mind is a function. We send thoughts (as the input) and we receive behavior (as the output); but why function? Note that every person has a unique mind so that by the same thoughts, we can not have two different behaviors in one person! Sometimes, we need to filter some news, sometimes, we need to use the cancellation law for bad memories. Nevertheless, this function (our mind) has many advantages; more than what we can think. Before that, let us explain some important functions in our life. The most important function in our life is the function of the events and our reactions to them in terms of the time (during our life). Every person has a unique function (we call this function “the life’s function”). Everyone is born with certain achievements (rich, poor, healthy, unhealthy, country and, so on). Now, the story begins. We react to events and the result will be an event again and a Domino starts.

In the graph of the function of our life, variation of the events and our reactions to them in terms of time is our achievements. When we are either increasing our ideas or considering positive actions, the graph is increasing so that we achieve success. On the other hand, while we are either considering negative actions or we stand in the wrong way, the graph is decreasing: we obtain failure. Sometimes, we need to change the type of function so that we immigrate from a decreasing graph to an increasing one!

2.2. Continuity. As you know, again, from calculus, continuous functions have many important properties (in pure mathematics as well as in applied one); from the elementary stages until the highest one. But how can we use this lovely notion of mathematics in our life? Let us explain more with different levels. Continuity means that on the way to a goal, we never give up; for sure, it is possible, sometimes, that we need to stop to renew our abilities for doing work and then continue. Continuity tells us that if we propose a goal, all of our thoughts and our eagerness must be in the way of that. No disappointment should penetrate our soul. We must continue. Having a limit, just, means approaching to a target but not necessarily reaching it. It is likely possible that there are a huge gap between the limit of a function

and the real amount of it. This means that our efforts do not usually get the target (it can be really closed or maybe far from the real target). Nevertheless, continuity is an fruitful option. While a graph is continuous, this means that we got the assumed target. Continuity, here, means having a particular program with a suitable passion to reach the target. In calculus one, we have the mean value theorem which asserts that when we have a continuous function on an interval $[a, b]$, for every element between $f(a)$ and $f(b)$, there exists $c \in (a, b)$ such that $f(c) = k$; in other words, f admits the mean values in every point. Consider our targets in terms of our thoughts; we are not kidding, it is a function again (because our mind is unique). If we have a continuous function, it means that if we have a continuous thought, for every target, there exists a thought (a solution). This is the importance of continuity in our thoughts. If our thoughts are discontinuous (there are many jumps, irregularities, and so on), we can not focus on our target so that there is not a reasonable and practical solution for any problem. The interesting point here is that the function of our targets in terms of our thoughts is one- to- one. Therefore, our thoughts are a function in terms of our targets. More precisely, when we obtain some goals, this means that we have several achievements. This implies that we have changed our orbits. In this situation, our thoughts have been changed. In other words, although our targets depend on our thoughts, after a while, our thoughts will be a function of our goals.

2.3. The sequence and the series of our life. As we mentioned before, every person defines a unique function in their life; the function of events and reactions to them in terms of the time. But it is worthwhile to know that we do have a unique sequence and a unique series in our life, certainly. Of course, this sequence is compatible with the function of our life. In the following, you can see the life graphs of two different persons; the first one is a moody person who does not focus on a certain target and there is no confidence while walking through the road. The second one is very confident while walking. This person knows that if we need good achievements, we must try to pursue the goal with our best; believing this fact: No pain, No gain. Now, consider the sequence of life. In this sequence, we just consider the most important and the most effective parts of our life. For example, when you are doing a B. Sc degree, the most achievement in the four years is the degree; of course, we may have very different achievements (success or failure) but the main goal is the degree, formally. The points of the sequence will have the most effect in our life. It is possible to have many failures during our life and then get successful but if we have several “bad points” in the sequence in our life, we will be far away from our real capacity to do our determined dues in life. Every person has a capacity, talent, and mind; these three items help her/him to make her/his fate. In other words, every person in her/his life has a unique impact; if a person has self-awareness and tries to make his life better and more positive, this means a better impact. Observe that there are many items that have an effect on this impact, such as walking through our talents, considering the soft skills, and so on. But what does this “impact” mean in the graph of our life? It is a very important question. The “right” answer is “integral”. Consider the following graphs for a better understanding.

Everyone of us has a unique series in our life which is the sum of the sequence of our life! As we said before, we have some points in our life (which have the most impact on our fate); we call it the sequence of our life. Now, the sum of these elements is called the series of our life. This series is sometimes convergent (for relatively successful persons) and is divergent (for relatively unsuccessful persons). As you know from calculus, while we have an alternating series, we have two types of convergences: absolute value convergence and conditional convergence. The former one is dependent on the intrinsic smallness of the sentences of the series, with any permutation, the sum does not change. Nevertheless, while a series is conditionally convergent, it is dependent on the advantage of the order of lying the pm elements; it is enough to change this order, we shall have a different sum and the worst: a divergent series! Now, let us come back to the lovely series in our life. Most people have an alternation series (consider successfulness as a positive term and unsuccessfulness as a negative term). It is evident that we do not have just successfulness so that the series is alternating. If we are relatively successful person (the best definition will come soon!), this series is convergent; but what type of convergence? If we obtain success in terms of our mind, our attempts, our confidence, and so on, this means an absolutely convergent series. Any permutation, any change does not affect our achievements. On the other hand, if we obtain the successfulness by chance (we mean by using connections, unfair, and so on), it does not converge absolutely but conditionally. So, the result: if we lose the connection, if the situation changes, the successfulness will convert to the unsuccessfulness.

2.4. Derivation. The derivative is defined as the rate of change of one quantity with respect to another. Our life (events and our reaction to events) in terms of time forms exactly the function of our life. That means each of us records a unique graph in our life. Derivative of our life function shows our successes and failures. In the graph of the function of our life, variation of the events and our reactions to them in terms of time is our achievements. When we are either increasing our ideas or considering positive actions, the graph is increasing so that we achieve success. On the other hand, while we are either considering negative actions or we stand in a wrong way, the graph is decreasing: we obtain failure. When our life graph is horizontal it means that life is a daily routine and we don't have any success or failure. In this case, the life graph's derivative is zero.

The Mathematical formula based on derivative for the rate of changes in events and reaction to these events in terms of time is as follows:

$$\text{Success or failure} = \frac{\text{the rate of changes in events and reactions}}{\text{time changes}}.$$

Another interesting point about the combination of mathematics and self-awareness is the discussion of the second derivative. As we said, success or failure is a derivative of events and reactions over time. But the extent of success changes or failure is equal to the direction of our life curve over time.

2.5. inflection point. The diagram of every human being's life has various directions in different time periods. Sometimes it is upward (positive) and sometimes it is downward (negative). You must have heard or even experienced many times that an event or reaction to that event has changed a person's life.

For example, in the story of Jean Valjean, the priest's forgiveness of his sin and preservation of his reputation changed the direction of his life and made him a very useful and helpful human being. We call such an event an inflection point. In fact, the inflection point in life is when you decide to change completely, as in the story of Jean Valjean.

3. Conclusions

Our goal in presenting this article was to show the application of mathematics in all dimensions and aspects of our lives. As seen in the article, most of our daily activities have mathematical analysis, and in fact, there are mathematical applications that we do not pay attention to. One of the jobs we are going to do in the future is soft skills with mathematical analysis, which are one of the most important aspects of every person's life that improves family life, career advancement and success in life.

REFERENCES

- [1] M. Alipour, *The essence of soft skills for employability*, The quarterly of the education of University of Sistan and Baluchestan, 2021 31–36. [In persian]
- [2] M. Alipour and O. Zabeti, *Mathematical analysis of soft skills: the basis of employability*, University of Sistan and Baluchestan press, 2023. [In persian]
- [3] H. Freudenthal, Why to teach mathematics so as to be useful, *Educational Studies in Mathematics*, **1** (1968) 3–8.
- [4] A. L. E. Walmsley, *A History of the "New Mathematics" Movement and its Relations with Current Mathematical Reform*, University Press of America: Maryland, USA, 2003.
- [5] , O. Zabeti and M. Alipour, *Calculus I with selfawareness attitude*, University of Sistan and Baluchestan press, 2022. [In persian]

Maryam Alipour

Department of Mathematics, University of Sistan and Baluchestan, P.O.Box 98167-674, Zahedan, Iran

Email: m.alipour1983@gmail.com

Omid Zabeti

Department of Mathematics, University of Sistan and Baluchestan, P.O.Box 98167-674, Zahedan, Iran

Email: o.zabeti@gmail.com

ریاضیات، دستاوردی بی‌بدیل و بدون تاریخ انقضا

مریم علی‌پور^۱ و امید ضابطی^{۲*}

چکیده. بدون شک، آنچه ریاضیات را به‌عنوان ملکه علوم بشری معرفی می‌نماید و از تمامی علوم متمایز می‌کند، وجود جوهر آزادی در معنا و مفهوم آن است. به بیان دیگر، نقش ریاضیات در جهان هستی، اکتشاف ابزارها و ویژگی‌هایی از رموز جهان طبیعت است که از دو جهت حائز اهمیت است: ۱. تمام نظریه‌های علمی را تأیید و تفسیر می‌نماید. ۲. دیدگاهی ژرف، عمیق و پایه‌ای به تمامی مسائل دارد. در این مقاله سعی می‌نماییم از زاویه‌ای دیگر به کاربردهای بی‌بدیل ریاضیات بپردازیم. اینکه چگونه ریاضیات در لحظه‌به‌لحظه زندگی ما تأثیری شگرف دارد و ما را به سمت و سوی معنای واقعی زندگی سوق می‌دهد. در واقع، سعی می‌کنیم کاربردهایی از نقش بی‌بدیل ریاضیات را در توانایی‌های فکری، تحلیلی و مهارتی با تکیه بر مطالب ریاضی عمومی یک، که در بیشتر رشته‌های علمی، یک درس پایه‌ای محسوب می‌گردد، بیان و تفسیر نماییم.

۱. مقدمه

یکی از مهمترین و اساسی‌ترین سؤالاتی که در ذهن آحاد جامعه از گذشته تا به امروز، به خصوص در ذهن دانش‌آموزان، دانشجویان و والدین، وجود دارد این است که

”ریاضیات در کجای زندگی ما قرار دارد و چرا مهم است؟“

این پرسش همواره با پاسخ‌هایی مرتبط بوده است که اگر چه به نوبه خود بسیار جامع هستند اما باز هم نتوانسته‌اند ذهن بسیاری از افراد را نسبت به اهمیت ریاضیات، متقاعد نمایند. یک دلیل این مهم، می‌تواند این باشد که هنوز ریاضیات در زندگی روزمره ما لمس نمی‌شود. ما می‌توانیم هزاران کاربرد از ریاضیات را در تمامی علوم، صنایع و ... ارائه نماییم اما باز هم برای یک دانش‌آموز یا یک فرد آشنا با ریاضیات خیلی مقدماتی، این کاربردها ممکن است فانتزی یا دور از تصور و یا حتی واقعیت، جلوه نماید.

ایده نوشتن این مقاله، برای ارائه یک پاسخ به این سؤال اساسی، پدید آمد. در واقع، ما سعی می‌نماییم که با ارائه کاربردهایی از ریاضیات در زندگی روزمره و ایجاد ارتباط بین آن‌ها با تفکرات و توانمندی‌های ذهنی ما، پاسخی جامع‌تر و عامه‌پسندتر به پرسش بالا، ارائه کنیم.

عبارات و کلمات کلیدی: کاربرد ریاضی، عمومی‌سازی ریاضی، ریاضی عمومی یک.
دبیرتخصصی رابط: بیژن دواز
نوع مقاله: پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۰/۰۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۲۹ تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۳/۰۴/۰۹
ارجاع به مقاله: م. علی‌پور و ا. ضابطی، ریاضیات، دستاوردی بی‌بدیل و بدون تاریخ انقضا، نشریه ریاضی و جامعه، ۹ شماره ۲ (۱۴۰۳) ۴۹-۶۹.
<http://dx.doi.org/10.22108/msci.2024.140207.1635>

برای هدفمندتر شدن بهتر مقاله، ابتدا ذکر این نکته ضروری است که کاربردهای بیرونی ریاضیات در سایر علوم، بسیار گسترده است. مثلاً تمام رشته‌های مهندسی، آمار و علوم کامپیوتر از مشتقات ریاضی محسوب می‌شوند. به بیان دیگر، تمامی محاسبات، تنظیمات و تحلیل‌ها در این رشته‌ها، به کمک ابزارهای ریاضی صورت می‌گیرد. به علاوه، یکی از عوامل پیشرفت علوم پزشکی در سال‌های اخیر، وجود دستگاه‌ها و ابزارهایی است که برای تشخیص و درمان بیماری‌ها به کار می‌رود که چگونگی ساخت، کنترل و بهره‌برداری از آنها، در زمره مهندسی پزشکی جای می‌گیرد که نقش بی‌بدیل ریاضیات در آن، ذکر شد. اما نکته حائز اهمیت این است که ریاضیات نقشی جامع و منحصر به فرد در ارائه ابزارهای لازم برای پیشبرد علوم را دارد. به عنوان مثال، در رشته فیزیک، تغییرات مسافت نسبت به زمان، سرعت متحرک، و تغییرات سرعت نسبت به زمان، شتاب متحرک می‌باشد. اما این تغییرات برای یک فیزیکدان مهم می‌باشند نه یک کارشناس علوم اقتصادی. مثلاً برای یک کارشناس علوم اقتصادی، تغییرات تابع تولید بر حسب تعداد کالا اهمیت دارد که تابع هزینه نهایی نامیده می‌شود. یا مثلاً برای یک بازاریاب اقتصادی تغییرات تابع قیمت محصولات نسبت به کالای مورد تقاضا، اهمیت دارد که تعریف تابع کشش بازار می‌باشد.

در کنار این تفاوت تقاضاها، ریاضیات، برای اینکه سخاوتمندانه و با دیدگاهی جامع، تمامی این نیازها را برآورده کند، مفهوم مشتق را ارائه می‌نماید که یک مفهوم مجرد (بی‌نیاز از سایر علوم) اما بسیار کاربردی (مفید برای تمامی علوم)، می‌باشد. این مفهوم بسیار عمیق و بدون تاریخ انقضا است. چرا که از گذشته تا به امروز و قطعاً آینده، قابلیت استفاده در تمام علوم را دارد. این از مهمترین و منحصر به فردترین ویژگی‌های ریاضیات است: مفاهیمی منظم، دقیق و جامع برای استفاده سایر علوم بدون تاریخ انقضا.

ویژگی متمایز دیگر ریاضیات، به جوهر آزادی آن برمی‌گردد. ریاضیات در راه پیشرفت و توسعه، به هیچ علم و نظریه‌ای وابسته نیست، بلکه مفاهیم مجرد را برای استفاده سایر علوم طی یک سری مراحل منظم، قانونمند و پایه‌ای، طراحی و اجرا می‌نماید. مفاهیم ریاضیات بر طبق اصولی پایه‌ریزی شده‌اند که، همواره مورد تأیید و راستی آزمایی بوده‌اند و لذا هیچ نظریه ریاضی، نظریه دیگر را نقض نمی‌کند و تمامی اصول و قوانین بر طبق اهدافی کاربردی و به صورتی درست، چینش و نوشته شده‌اند. به بیان ریاضی، ریاضیات متغیری مستقل است که پیشرفت سایر علوم، تابع آن می‌باشد.

حال اجازه دهید هدف این مقاله را از زاویه‌ای دیگر بنگریم. مثلاً بخواهیم زیبایی‌های یک آبشار را در کنار یک برکه بی‌نظیر، به تصویر بکشیم و برای شخصی وصف نماییم. طبیعتاً، عکس یا کارت پستال، ساده‌ترین راه برای این نمایش است. اما آیا راه‌حل‌های بهتری وجود ندارد؟ قطعاً! یک فیلم با کیفیت می‌تواند بهتر زیبایی‌ها را به تصویر بکشد. اما بهترین، با کیفیت‌ترین و ملموس‌ترین فیلم مربوط به نمای بالایی آبشار و برکه است. این دقیقاً لذتی است که در خواندن معنادار ریاضیات وجود دارد و این وسعت دید از ویژگی‌های منحصر به فرد آن است. در واقع، ریاضیات همچون خورشیدی که نور را به تمامی نقاط می‌تاباند، گهرهای ارزشمند خود را در اختیار همگان قرار می‌دهد. حال به این نکته توجه کنید که عمومی‌سازی ریاضیات یعنی خود شما از نزدیک تمام این زیبایی‌ها را ببینید و فیلم‌برداری نمایید.

در زمینه روش‌های متنوع و سودمند تدریس ریاضیات و همچنین ارائه کاربردهای فراوان دانش ریاضیات در سایر علوم، مطالب زیادی توسط صاحب‌نظران و نویسندگان، به رشته تحریر در آمده است. به خصوص، اخیراً، تلاش‌های بسیاری برای عمومی‌سازی ریاضیات در کشور در حال انجام است. برای مرور کاربردهای اخیر ریاضیات به خصوص در جهت عمومی‌سازی آن، به منابع [۱، ۲، ۳، ۴، ۵] مراجعه نمایید. برای لمس بهتر این زیبایی‌ها در زندگی روزمره، اجازه دهید قدم به دنیای ریاضی عمومی یک و مفاهیم آن بگذاریم.

۲. مجموعه‌ها و روابط

ابتدا با مفهوم ابتدایی ریاضی عمومی، یعنی مجموعه شروع می‌کنیم. مجموعه دسته‌ای از اشیا یا افراد است که متمایز و مشخص باشند. این یعنی تقریباً تمامی افراد، اشیاء، ویژگی‌ها، توانمندی‌ها و ... در اطراف ما، تشکیل مجموعه می‌دهند. پس اولین نماد آشنا در ریاضیات، به اندازه کافی در زندگی ما وجود دارد. این مفهوم دوست‌داشتنی می‌تواند ما را به شدت به خود مجذوب نماید؛ اینکه خانواده ما، دوستان ما، توانایی‌های ما، دارایی‌های ما و ... تشکیل مجموعه می‌دهند بسیار دلنشین است. اما اگر بخواهیم به عنوان مثال، جعبه‌های نارنگی برداشت شده از باغ‌های شمال را به عنوان مجموعه در نظر بگیریم و برای تمایز آن‌ها از رنگ‌های مختلف استفاده کنیم، قطعاً گیج‌کننده، سخت و شاید غیرممکن باشد (به اندازه کافی رنگ در اختیار نداریم). پس به نظر می‌رسد ما به مجموعه‌هایی احتیاج داریم که کار شمارش، تعداد و اندازه‌گیری را برای ما انجام دهند (مجموعه‌هایی که به اندازه کافی ابزار با خود داشته باشند). این دقیقاً ایده و ابزاری است که ریاضیات در اختیار ما قرار می‌دهد. مجموعه اعداد طبیعی، حسابی یا حقیقی، هر کدام نماینگر توانایی‌ها و ویژگی‌هایی از دنیای بیرون هستند. مثلاً برای تمایز بستانکاری و طلبکاری به مفهوم اعداد منفی نیاز داریم و برای استفاده بهینه از محصولات به اعداد گویا، مثلاً خریدن نیم‌کیلو نارنگی. همچنین، برای حل معادلات مختلف، به اعداد حقیقی و مختلط نیاز مبرمی خواهیم داشت. لذا، مجموعه‌های اعداد می‌توانند مسئولیت منظم‌سازی و منطقی‌سازی بسیاری از مجموعه‌های دیگر را بر عهده بگیرند و محاسبات را ساده‌تر نمایند. حال که ابزار مفیدی مانند مجموعه‌های اعداد در اختیار داریم، ایجاد یک ارتباط بین آنها بسیار منطقی و در عین حال ضروری به نظر می‌رسد. مثلاً بین مجموعه پیچ‌ها و مجموعه مهره‌ها، بین مجموعه دروس و مجموعه نمرات، بین مجموعه خوبی‌ها و مجموعه بدی‌ها، و ...، ما برای بهره‌وری مناسب از این مجموعه‌ها، به ارتباط نیاز خواهیم داشت که رنه دکارت^۱ پایه‌گذار آن بود. در واقع حاصلضرب دکارتی دو مجموعه A و B که با نماد $A \times B$ نمایش داده می‌شود، به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}.$$

حال هر زیرمجموعه‌ای از این حاصلضرب می‌تواند به عنوان یک رابطه از A به B در نظر گرفته شود. مثلاً فرض کنید مجموعه A ، مجموعه دانشجویان و مجموعه B ، مجموعه اعداد گویای مثبت باشد. لذا یک رابطه از A به B با اختصاص یک نمره به هر دانشجو، وجود دارد، رابطه دیگر، اختصاص یک معدل کل به هر دانشجو است. همچنین اختصاص شماره دانشجویی به یک دانشجو نیز می‌تواند یک رابطه بین مجموعه‌های A و B باشد. نکته جالب توجه این است که این اختصاص‌ها برای هر فرد متفاوت است، یعنی ما نمی‌توانیم در یک زمان و برای یک دانشجو، دو نمره در یک درس داشته باشیم. به راستی اگر این، منحصر به فردی وجود نداشت، آیا مفهوم تلاش و کوشش برای بدست آوردن نمره‌ی بهتر، معنا داشت؟ طبیعتاً خیر. زیرا در این صورت، تمام موفقیت‌ها بی‌معنی می‌شد؛ یا مثلاً اگر برای هر دانشجو چند شماره دانشجویی وجود داشت، آیا شناسایی فرد ممکن بود؟ آیا تمام اطلاعات طبقه‌بندی شده دانشجو، قابل منظم‌سازی و ارزیابی بود؟، طبیعتاً خیر. پس روابطی مهم هستند که برای هر ورودی، یک و فقط یک خروجی دارند. این نوع از روابط، توابع نامیده می‌شوند که تقریباً زیربنای تمام مفاهیم ریاضیات می‌باشند.

۳. تابع

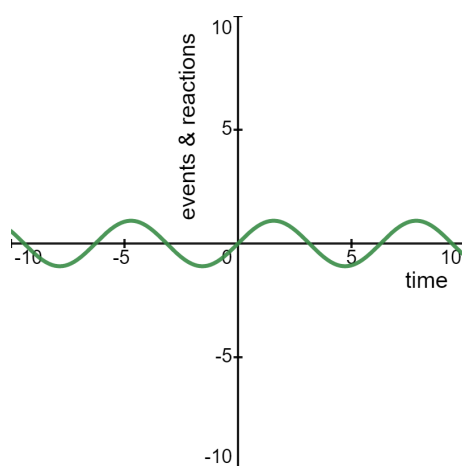
توابع، رابطه‌هایی هستند که در آن‌ها برای یک ورودی، دقیقاً یک خروجی وجود دارد. این همان دستاوردی است که ما به آن نیاز داریم. برای هر فکر در ذهن ما، دقیقاً یک واکنش وجود دارد. ما در یک لحظه نمی‌توانیم با یک فکر، دو رفتار داشته

¹René Descartes

باشیم. مشتق یا انتگرال معین یک تابع، یکتا هستند، به بیان دیگر، اهمیت آنها به یکتا بودن آنها می‌باشد. به عنوان یک مثال فیزیکی، ما در یک لحظه برای یک متحرک، نمی‌توانیم دو سرعت متفاوت داشته باشیم. همان‌طور که می‌بینید، توابع از آن رابطه‌هایی تشکیل شده است که ما در سرتاسر زندگی خود، بین مجموعه‌های متفاوت برقرار می‌کنیم.

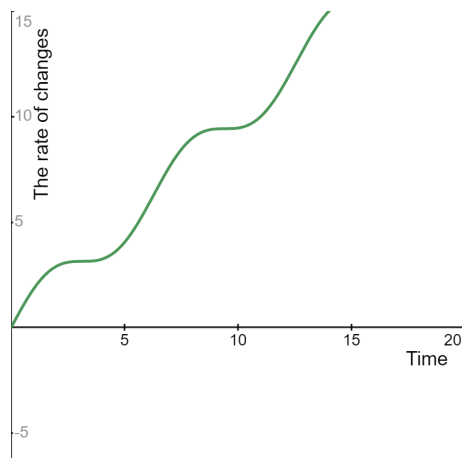
تابع یکی از مهم‌ترین بخش‌های ریاضیات است. ریاضی بدون تابع تقریباً صفر است. بیشتر اشیاء مفید در ریاضیات در ماهیت خود توابع هستند. یک تابع از مجموعه A به مجموعه B مجموعه‌ای از جفت‌های مرتب شده است که در آن هیچ دو جفت مرتب شده دارای اجزای اول یکسان نیستند. ذهن ما به عنوان یک مثال بسیار زیبا از تابع می‌باشد. افکار به عنوان ورودی ذهن ما و رفتار ما بر اساس همان افکار، خروجی این تابع است. توجه داشته باشید که هر فردی ذهن منحصر به فرد خود را دارد به طوری که با افکار و نگرش یکسان نمی‌توانیم دو رفتار متفاوت در یک فرد انتظار داشته باشیم؛ البته رفتار متفاوت در همان فرد زمانی اتفاق می‌افتد که ورودی‌های ذهن و نگرش خود را عوض کند. یعنی تابع ذهنی اگر تغییر کند رفتار و عملکرد نیز تغییر خواهد کرد. تابع ذهن بسیار قدرتمند است. اگر باورهای قوی به آن تزریق کنیم زندگی ما و عملکرد ما بر اساس آن باورها شکل خواهد گرفت و دگرگون خواهد شد. یک تابع مهم در زندگی ما، تابع اتفاقات و واکنش ما به آن اتفاقات برحسب زمان (در طول زندگی) است. هر فردی یک تابع منحصر به فرد دارد (ما این تابع را "تابع زندگی" می‌نامیم). اینکه ما در کجا به دنیا بیاییم، ثروتمند باشیم یا فقیر، سالم به دنیا بیاییم یا معلول، در اختیار ما نیست اما می‌توانیم با افکار درست و در پی آن عملکرد عالی در واکنش به افکار، به نتایج مطلوب برسیم. نتایج مطلوب افکار مثبت بیشتری تزریق کرده و در پی آن عملکرد بهتری را نتیجه می‌دهد و این دومینو ادامه دارد.

در نمودار تابع زندگی ما، تنوع وقایع و واکنش ما به آنها بر حسب زمان، دستاوردهای ماست. زمانی که ایده‌های مثبت را افزایش می‌دهیم یا اقدامات رو به رشدی را در زندگی پیش می‌گیریم، نمودار افزایش می‌یابد تا به موفقیت برسیم. از سوی دیگر، در حالی که یا در حال بررسی اقدامات منفی هستیم یا در مسیر اشتباه قرار می‌گیریم، نمودار رو به کاهش است یعنی در حال شکست خوردن هستیم. گاهی اوقات، ما باید نوع تابع را تغییر دهیم تا از یک نمودار کاهشی به یک نمودار افزایشی برسیم؛ در ادامه، دو نوع نمودار زندگی ۱ و ۲ که مرتبط با دو فرد مختلف هست را در نظر می‌گیریم.



شکل ۱. نمودار یک فرد کاملاً مودی و غیرثبات

Figure 1: The graph of a moody and unstable person



شکل ۲. نمودار یک فرد کاملاً موفق

Figure 2: The graph of a very successful person

۴. حد و پیوستگی

تصور کنید ما هدفی را در یک بازه معین زمانی، برای خود ترسیم کرده‌ایم. قدم بعدی، نزدیک شدن به آن هدف است. طبیعتاً، انتظار ما این است که هر چه به زمان‌های پایانی نزدیک شویم، ما نیز به هدف خود نزدیک شده باشیم. اما در عمل، بسته به شرایط مختلف، ممکن است ما از مسیر اصلی و ترسیم شده خود مقداری فاصله بگیریم و دقیقاً به هدف مورد نظر نرسیم اما تا حدودی به آن نزدیک شویم. این حرکت تدریجی به سمت یک هدف، توانایی یا خصلت، مترادف با مفهوم حد در ریاضیات است. یعنی ما به سمت یک هدف مشخص، حرکت می‌کنیم اما از مسیرهای متفاوتی عبور می‌کنیم. تابع را با ضابطه زیر در نظر بگیرید:

$$f(x) = \begin{cases} x^3, & x \neq 1 \\ 1^0, & x = 1 \end{cases}$$

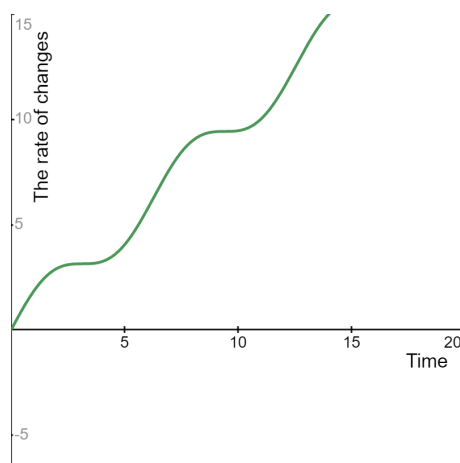
ما به هدف ترسیم شده (نقطه ۱۰ در متغیر ۱) نرسیده‌ایم اما در حرکت تدریجی خود، به سمت مقداری مشخص (مقدار ۱ در متغیر ۱) رسیده‌ایم. پس وقتی که تابع در نقطه‌ای حد دارد، یعنی ما حرکت لازم را برای رسیدن به آن انجام داده‌ایم اما به‌طور کامل به هدف خود نرسیده‌ایم و مثلاً به نصف آن رسیده‌ایم. رسیدن کامل به هدف ترسیم شده مترادف با مفهوم پیوستگی تابع است. پیوستگی یعنی استمرار و پشتکار در کارها. پس برای رسیدن کامل به یک هدف، باید در مسیر نزدیک شدن به آن، استمرار و پشتکار داشته باشیم. نکته دیگر اینکه، تابع (مسیری) که برای رسیدن به هدف انتخاب می‌کنیم، حائز اهمیت است. برخی توابع ذات پیوسته‌ای ندارند مثلاً ریشه مخرج دارند. همان‌طور که می‌دانید در حساب دیفرانسیل و انتگرال، از مراحل ابتدایی تا پیشرفته‌ترین مراحل تحقیقاتی ریاضیات، توابع پیوسته دارای ویژگی‌های بسیار مهمی هستند (در ریاضیات محض و همچنین در ریاضیات کاربردی). اما چگونه می‌توانیم از این مفهوم دوست‌داشتنی ریاضیات در زندگی خود استفاده کنیم؟ اجازه دهید از زاویه‌ای دیگر به مفهوم پیوستگی نگاهی بیندازیم. تداوم، یعنی در راه رسیدن به هدف، هرگز تسلیم نشویم. مطمئناً ممکن است، گاهی اوقات، برای تجدید توانایی‌های خود برای انجام کار، توقف کنیم و سپس ادامه دهیم، اما این به معنی شکسته‌شدن برنامه و سپس از سرگرفتن نیست بلکه به معنای نگه‌داشتن شرایط پیشین، تجدید قوا و سپس ادامه دادن با انرژی مضاعف است. تداوم به ما می‌گوید که اگر هدفی را پیشنهاد می‌کنیم، تمام افکار و اشتیاق ما باید در مسیر آن باشد؛

هیچ ناامیدی نباید در روح ما رخنه کند، ما باید ادامه دهیم. در حساب دیفرانسیل و انتگرال یک قضیه مقدار میانی^۲ را داریم که بیان می‌کند وقتی یک تابع پیوسته در بازه $[a, b]$ داریم، برای هر عنصر بین $f(a)$ و $f(b)$ ، یک $c \in (a, b)$ وجود دارد به‌طوری‌که $f(c) = k$ ؛ به عبارت دیگر، f مقادیر میانی را در هر نقطه می‌پذیرد.

بدون شک، اهداف ما در زندگی تابعی از افکار ما می‌باشد. پیوستگی این تابع، یعنی ما در یک بازه از افکار خود، اهدافی منسجم داشته باشیم. به بیانی دیگر، هدفمند باشیم. در این حالت، قضیه مقدار میانی به ما می‌گوید: با هدفمندی، برای هر هدف یا رؤیا در ذهن، حداقل یک راه حل و فکر وجود خواهد داشت. این اهمیت تداوم در افکار ماست. اگر افکار ما ناپیوسته باشد (نوسان‌ها، بی‌نظمی‌ها و ... زیاد باشد)، نمی‌توانیم روی هدف خود متمرکز شویم و راه حل معقول و عملی برای اهدافمان پیدا کنیم. نکته جالب اینجاست که تابع اهداف ما از نظر افکار ما یک‌به‌یک است. بنابراین، افکار ما تابعی از اهداف ما هستند. به‌طور دقیق‌تر، وقتی به اهدافی دست می‌یابیم، به این معنی است که چندین دستاورد داریم. این نشان می‌دهد که ما مدارهای خود را تغییر داده‌ایم. در این شرایط، افکار ما تغییر کرده است. به عبارت دیگر، اگرچه اهداف ما به افکار ما بستگی دارد، اما، افکار ما نیز می‌توانند تابعی از اهداف ما قرار بگیرند.

۵. مشتق

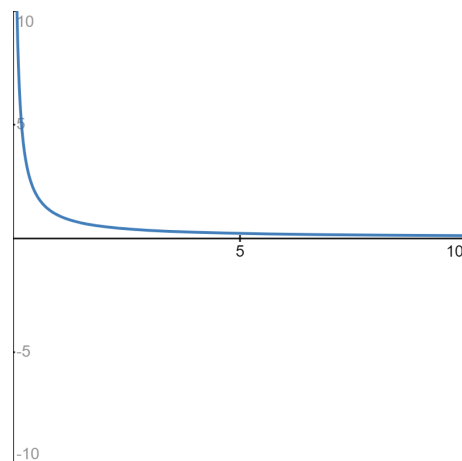
همان‌طور که گفتیم، زندگی ما (اتفاقات و واکنش ما به اتفاقات) در گذر زمان دقیقاً تابع زندگی ما را تشکیل می‌دهد. مشتق تابع زندگی ما نشان دهنده میزان موفقیت‌ها و شکست‌ها (دستاوردهای ما) می‌باشد. به بیان دیگر، میزان تغییرات اتفاقاتی که در زندگی ما می‌افتد و واکنش ما به آنها نسبت به زمان، بیانگر دستاوردهای ما (موفقیت و شکست) می‌باشد. موفقیت در اثر تغییرات مثبت واکنش‌های ما به وقایع نسبت به زمان طی شده، اتفاق می‌افتد و شکست، پیامد تغییرات منفی واکنش‌ها و وقایع نسبت به زمان است؛ لذا ذهن ما بر اساس کارایی خود موفقیت و شکست را معنا می‌کند؛ پس اگر تغییرات مثبت باشد، ما طعم شیرین پیروزی را می‌چشیم و اگر تغییرات منفی باشد، ما طعم تلخ ناکامی را تجربه می‌کنیم. مشتق دوم، بیانگر میزان تغییرات دستاوردهای ما (پیروزی یا ناکامی) بر حسب زمان است. اگر تغییرات مثبت باشد، آنگاه جهت زندگی ما رو به بالا می‌باشد (رو به پیشرفت است) و اگر تغییرات حالت منفی به خود بگیرد، آنگاه جهت زندگی رو به پایین است (رو به پسرفت است). به نمودارهای ۴ و ۴ دقت نمایید.



شکل ۳. نمودار زندگی فرد خیلی موفق

Figure 3: The graph of a very successful person

²Intermediate value theorem



شکل ۴. نمودار زندگی فرد خیلی ناموفق

Figure 4: The graph of a very unsuccessful person

نمودار ۴ متعلق به فردی هدفمند و با پشتکار است. میزان تغییرات وقایع و واکنش او به آنها نسبت به زمان همواره مثبت است. یعنی بیشتر کامیابی و پیروزی به دست می‌آورد. مثلاً در این مثال، شخص آهسته آهسته موفقیت‌ها را کسب می‌کند و از ابتدا شرایط خیلی ویژه‌ای ندارد؛ او در نهایت با کوله‌باری از اهداف محقق شده دنیا را ترک می‌کند.

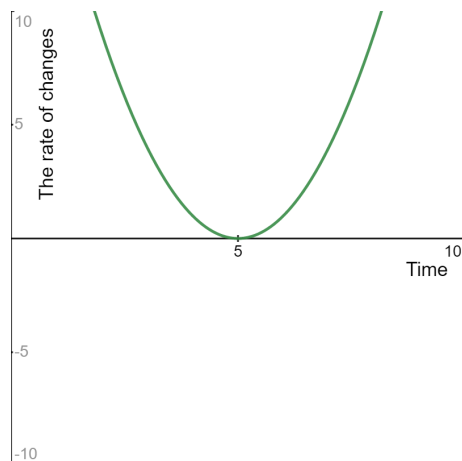
نمودار ۴، نمودار فردی است که از ابتدا تمام امکانات را دارد، اما کاملاً بی‌هدف و بی‌انگیزه است و تمام آن امکانات را به هدر می‌دهد و یا نمی‌تواند استفاده کند. چنین انسانی، روزبه‌روز از منظر ذهنی ضعیف‌تر می‌شود و افکار منفی بیشتری را جذب می‌کند. او در نهایت بدون دستاورد و اثرگذاری خاصی و بدون چشیدن لذت تلاش و رسیدن به یک هدف، دنیا را ترک می‌کند.

به بیان تلفیقی ریاضی و خودآگاهی، میزان تغییرات وقایع زندگی و واکنش ما به آنها بر حسب زمان تعیین‌کننده کامیابی یا عدم کامیابی ما می‌باشد. به بیان دیگر،

$$\text{میزان تغییرات وقایع و واکنش ها} = \frac{\text{کامیابی یا عدم کامیابی}}{\text{تغییرات زمان}}$$

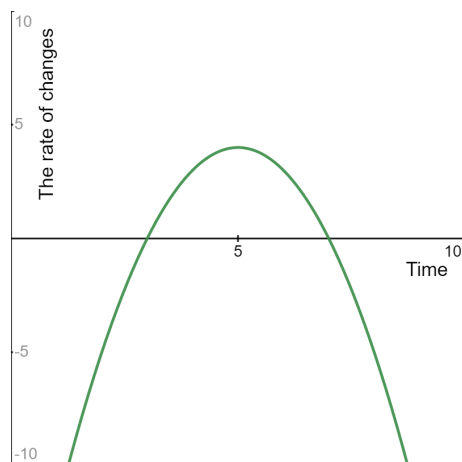
نکته جالب دیگر از تلفیق ریاضی و خودآگاهی، بحث مشتق دوم است. همان‌طور که گفتیم، کامیابی یا عدم کامیابی مشتق وقایع و واکنش‌ها نسبت به زمان است. اما میزان تغییرات کامیابی یا عدم کامیابی نسبت به زمان برابر با جهت زندگی ما می‌باشد. به نمودارهای ۵ و ۶ دقت کنید.

در نمودار ۵، جهت زندگی رو به بالا (مثبت) می‌باشد اما این بدین معنی نیست که شخص همواره موفقیت و کامیابی به دست آورده است؛ بلکه در نیمه اول راه، میزان تغییرات وقایع و واکنش‌ها منفی بوده است و از نقطه ۵ به بعد مثبت شده است. اما مهم این است که شخص، دست از تلاش بر نداشته و با انگیزه به کار خود ادامه داده است و بعد از نقطه ۵ به کامیابی رسیده و اهداف وی محقق شده است. در نمودار ۶، جهت زندگی فرد رو به پایین (منفی) است. اگر دقت کنید تا قبل از نقطه ۵ میزان تغییرات وقایع و واکنش‌ها نسبت به زمان (کامیابی و عدم کامیابی) مثبت بوده است، بدین معنی که شخص موفقیت‌هایی را به دست آورده، اما آهسته‌آهسته یا پشتکار و تلاش کم شده و یا هدف‌گذاری خوبی نداشته و لذا بعد از نقطه ۵ شروع به به دست آوردن ناکامی کرده است. در مجموع، جهت زندگی او رو به پایین است.



شکل ۵. جهت زندگی رو به بالا

Figure 5: The graph of a successful person with respect to the second derivative



شکل ۶. جهت زندگی رو به پایین

Figure 6: The graph of an unsuccessful person with respect to the second derivative

۶. نقطه عطف

نمودار زندگی هر انسانی در برهه‌های زمانی مختلف، جهتی دارد. برخی مواقع جهت‌گیری آن رو به بالا (مثبت) و برخی مواقع، جهت‌گیری آن رو به پایین (منفی) می‌باشد. حتماً بارها شنیده‌اید یا حتی تجربه کرده‌اید که یک واقعه و یا واکنش به آن واقعه سبب شده که جهت زندگی یک فرد عوض شود. مثلاً در داستان ژان والژان^۳ چشم‌پوشی کشیش از گناه او و حفظ آبروی او باعث شد جهت زندگی او عوض شود و به یک انسان خیلی سودمند و کمک‌کننده تبدیل گردد. چنین رخدادی را نقطه عطف زندگی می‌نامیم. یا اینکه سرزنش‌ها و فشارهای عصبی یک عضو خانواده به یک فرزند، باعث می‌شود جهت‌گیری زندگی او عوض شود و از انسانی پاک، مهربان و مملو از استعداد به انسانی عصبی و با کوله‌باری از مشکلات ذهنی تبدیل

³Jean Valjean

گردد. در واقع نقطه عطف، زمانی از زندگی است که شما تصمیم می‌گیرید انسانی متفاوت شوید؛ مانند داستان ژان والژان. حال به مفهوم پیوستگی و مشتق‌پذیری از زاویه مثال‌های کاربردی در زندگی روزمره نگاهی می‌اندازیم.

مثال ۱.۶. مشتق‌پذیری تابع f به معادله زیر را در نقطه $x_0 = 0$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

حل.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$$

حد بالا موجود نیست پس f پیوسته نمی‌باشد و لذا مشتق‌پذیر نیست.

در این مثال، ما دچار نوسانات ذهنی شده‌ایم و نقطه صفر برابر با نقطه آرامش است. ما در حالت نوسانی، نمی‌توانیم به هدف مورد نظر، یعنی آرامش، برسیم. در چنین حالتی ما به یک نیروی بیرونی مانند دعا کردن، کمک و همدردی، یک دوست واقعی و ... نیاز داریم تا به آرامش برسیم.

مثال ۲.۶. مشتق‌پذیری تابع به معادله زیر را در نقطه $x_0 = 0$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

حل.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0 = f(0)$$

پس f پیوسته است. از طرف دیگر

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$$

پس f در $x = 0$ مشتق‌پذیر نیست.

در این مثال، تابع همانی مانند یک عامل بیرونی به کمک ما می‌آید تا نوسانات ذهنی ما را کاهش داده و به آرامش (پیوستگی در نقطه صفر) برساند. با این حال، ما دستاوردی هنوز نداریم چون هنوز تابع ذهنی ما مشتق‌پذیر نیست (فقط آرام شده‌ایم).

مثال ۳.۶. مشتق‌پذیری تابع به معادله زیر را در نقطه $x_0 = 0$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

حل.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = 0 = f(0),$$

پس f پیوسته است. همچنین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

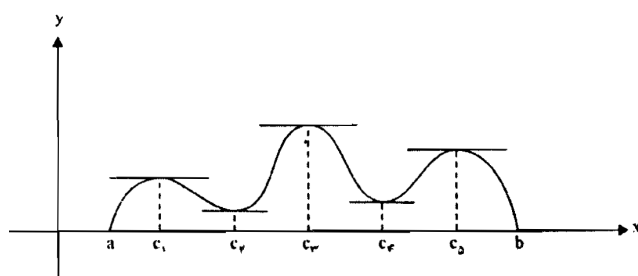
پس f در $x = 0$ مشتق‌پذیر است و $f'(0) = 0$.

در این مثال، با تکرار و پشتکار عامل بیرونی، ما علاوه بر رسیدن به آرامش، دستاورد هم داریم (مشتق‌پذیری) و هر چه این توان (تکرار و پشتیبانی عامل بیرونی) بیشتر باشد، میزان مشتق‌پذیری (دستاورد) ما نیز بیشتر خواهد بود.

۷. کاربردهای مشتق

هر شخصی ویژگی‌ها، استعدادها و امکانات منحصر به فرد خود را دارد. وقتی این استعدادها و توانایی‌ها شکوفا شوند و شخص بتواند از تمام آنها با بیشترین بازدهی استفاده نماید، قطعاً سریع‌ترین و بهترین مسیر را برای رسیدن به موفقیت دارد و برعکس زمانی که کمترین استفاده را از این ویژگی‌ها ببرد، کندترین و نامناسب‌ترین مسیر را برای موفقیت برگزیده است و قطعاً با شکست‌های متوالی مواجه خواهد شد. این اهمیت نقش اکسپانسیون‌های نسبی و نقاط بحرانی در تابع زندگی است که ویژگی‌های نموداری تابع را بهتر و با افق بالاتری به تصویر می‌کشد. در مبحث خودآگاهی، شناخت فراز و نشیب‌های تابع زندگی، و به بیان بهتر، واکنش ما به آنها، موجب افزایش خودآگاهی ما و کسب تجربه گران‌قدر ما در ادامه مسیر زندگی‌مان خواهد شد.

۱.۷. قضیه رل. قضیه رل^۴ بیان می‌کند که اگر تابع f در بازه $[a, b]$ پیوسته و در بازه (a, b) مشتق‌پذیر باشد به‌طوری‌که $f(a) = f(b)$ ، آنگاه $c \in (a, b)$ موجود است که $f'(c) = 0$. این قضیه در تابع زندگی، مثلاً تابع f ، بیان می‌نماید زمانی که ما در برهه زمانی a ، واکنش $f(a)$ را داشته‌ایم و شروع به تغییر کرده‌ایم ولی مجدداً به واکنش و واقعه $f(a) = f(b)$ در برهه زمانی b رسیده‌ایم، قطعاً یک نقطه $c \in (a, b)$ در این بازه زمانی موجود است که ما به اوج دستاورد (کامیابی یا ناکامی) رسیده‌ایم و دستاورد ما صفر شده است $f'(c) = 0$ و مسیری متفاوت (ناکامی یا کامیابی) پیموده‌ایم و به نقطه اولیه رسیده‌ایم. برای توضیحات بیشتر به شکل ۷ مراجعه نمایید. البته همان‌طور که از نمودار پیداست، c به‌دست آمده در قضیه رل، لزوماً منحصر به فرد نیست و لذا ما می‌توانیم فراز و نشیب‌های متعددی در در یک برهه زمانی داشته باشیم (دقت کنید که در زندگی واقعی، به‌طور عمومی، همین اتفاق می‌افتد).



شکل ۷. تعبیر هندسی قضیه رل

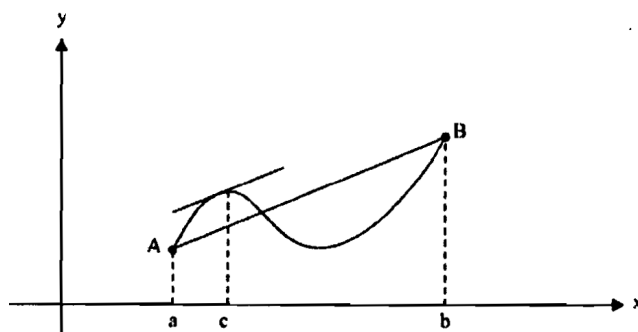
Figure 7: The geometric interpretation of the Rolle's theorem

۲.۷. قضیه مقدار میانگین. اگر تابع f در فاصله $[a, b]$ پیوسته و در فاصله (a, b) مشتق‌پذیر باشد آنگاه لاکل یک نقطه به طول c در بازه (a, b) وجود دارد به‌طوری‌که

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

⁴Rolle's theorem

یعنی شیب خطی که نقاط $(a, f(a))$ و $(b, f(b))$ را به هم وصل می‌کند، برابر است با $f'(c)$ که شیب خط مماس بر منحنی در نقطه $(c, f(c))$ است. از دید خودآگاهی و تابع زندگی افراد، میزان تغییرات ما در زندگی بر حسب زمان با قضیه مقدار میانگین^۵ قابل توصیف است. در واقع این قضیه در تابع زندگی، مثلاً تابع f ، به ما می‌گوید تغییرات وقایع و واکنش ما به آنها در یک برهه زمانی و بین نقاط $A(a, f(a))$ و $B(b, f(b))$ ، بر حسب دستاوردهای ما در یک سری نقاط (نقاط تأثیرگذار و مهم در زندگی ما) سنجیده می‌شود. اگر $f'(c) > 0$ ، یعنی ما در این برهه زمانی موفقیت نسبی داشته‌ایم و رشد کرده‌ایم اما اگر $f'(c) < 0$ ، بدین معنی است که ما با شکست‌های نسبی در این بازه روبرو بوده‌ایم. به بیانی دیگر، این قضیه به ما می‌گوید مهم نیست از کجا شروع به تغییر کرده‌ایم و چقدر فراز و نشیب داشته‌ایم یعنی مهم نیست که در وسط راه، چقدر نمودار تابع زندگی ما صعودی یا نزولی بوده است؛ بلکه مهم این است که در لحظات تأثیرگذار و مهم، عملکرد مثبتی داشته باشیم، در این حالت، برآیند متوسط دستاوردهای ما در این بازه زمانی، مثبت است و زمانی که ما عملکرد نامناسبی در لحظات سرنوشت‌ساز و تأثیرگذار زندگی داشته باشیم، برآیند دستاوردهای متوسط ما نیز، نامناسب و منفی خواهد بود. در واقع این قضیه، اهمیت نقش لحظات مهم و تأثیرگذار در زندگی را به زیبایی هرچه تمام‌تر، به تصویر می‌کشد. به شکل ۸ مراجعه نمایید.



شکل ۸. تعبیر هندسی مقدار میانگین

Figure 8: The geometric interpretation of the mean value theorem

۸. مجانب

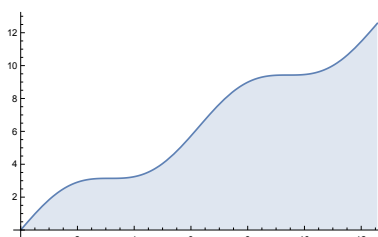
هر کدام از مجانب‌ها نماد خاصی از شرایط و وقایعی هستند که در زندگی ما به وجود می‌آیند. به‌طور مثال مجانب افقی نماد عدم توانایی ما در پیشبرد شرایط خوب زندگی است. هر چه زمان بگذرد، ما حالت نزولی (ناکامی) داریم و این شرایط بدتر نیز می‌شود. البته در برخی حالات، ممکن است رشد ما از حالت منفی نیز باشد اما تلاش و شرایط ما برای این رهایی از حالات منفی نیز خیلی زیاد نیست و نمی‌توانیم تغییرات خیلی شگرفی ایجاد نماییم. اما مجانب قائم نماد افرادی است که با گذشت زمان پیشرفت‌های چشم‌گیری به‌دست می‌آورند و شیب پیشرفت‌شان تند است و یا بالعکس با همان شدت چالش‌های زیادی را در زندگی تجربه می‌کنند.

۹. انتگرال

یکی از مهمترین ابزارهای ریاضی در تاریخ علم که بشر به آن دست یافته است، انتگرال است. میزان اثرگذاری شخص (انجام دادن رسالت او) در طول عمر، دقیقاً برابر با مساحت زیر منحنی نمودار تابع زندگی فرد است. اگر تابع زندگی فرد صعودی باشد (رو به موفقیت) مساحت زیر نمودار بیشتر می‌شود و این یعنی اینکه فرد اثرگذارتر بوده و رسالت خود را بهتر

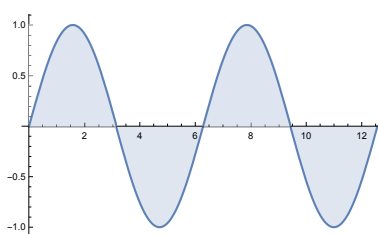
⁵Mean value theorem

انجام داده است. در واقع، انتگرال معین تابع زندگی ما از بدو تولد تا لحظه وداع با این دنیا، مساحت زیر نمودار زندگی ماست. این مساحت، بیانگر میزان اثرگذاری و انجام رسالت‌های محوله به ما به عنوان یک انسان است. طبیعتاً هر چقدر در زندگی، موفقیت‌ها و کامیابی‌های ما بیشتر باشد و واکنش ما به اتفاقات، منفی نباشد، میزان اثرگذاری ما بیشتر می‌باشد. به اشکال نمودارهای ۹، ۱۰ و ۱۱ توجه کنید.



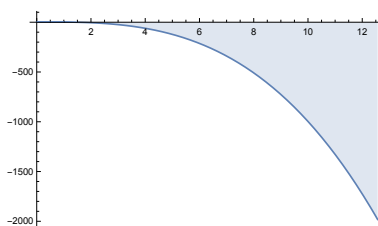
شکل ۹. اثرگذاری بالای یک فرد خیلی موفق

Figure 9: High impact of a successful person



شکل ۱۰. اثرگذاری کم اثر یک فرد معمولی

Figure 10: Low impact of a usual person



شکل ۱۱. اثرگذاری یک انسان کاملاً بی‌هدف و بی‌برنامه

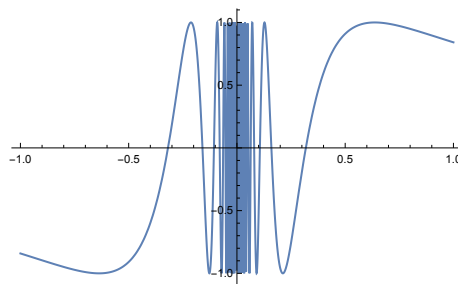
Figure 11: The impact of a person without any reasonable target

۱۰. کاربردهای انتگرال

با کمک انتگرال‌ها می‌توان طول منحنی‌های مختلف یا حجم تمام اشکال فضایی را پیدا کرد. یعنی می‌توانید یک منحنی رسم کنید، آن را در فضا بچرخانید و از انتگرال‌ها برای محاسبه حجم شکل به دست آمده استفاده کنید. همان‌طور که گفته شد، هر فردی منحنی زندگی منحصر به فرد خود را دارد. برای به دست آوردن ظرفیت هر فرد باید منحنی زندگی او را بچرخانیم تا

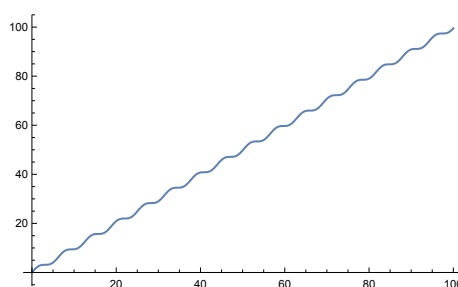
گنجایش او نمایان شود. هر چقدر نمودار زندگی او رو به بالا، اهداف زندگی اش مشخص تر، فردی مثبت تر و تأثیرگذارتر باشد گنجایش و ظرفیتش نیز بیشتر است و هر چقدر نمودار زندگی فرد بُرد کمتری داشته باشد به همان اندازه ظرفیت و گنجایشش کمتر می شود.

۱.۱۰. طول قوس. همان طور که بیان شد منحنی زندگی هر فرد منحصر به فرد است چون همه انسان ها مانند اثر انگشت شان خصلت های منحصر به فرد خود را دارند. بعضی از آنها منحنی زندگی شان نوسانات زیاد دارد مثل تابع $y = \sin \frac{1}{x}$. بنابراین، طول منحنی شان هم زیاد است پس طول منحنی زیاد نشان دهنده نوسانات شدید در زندگی است و بیان کننده این نکته است که زمانی که ما نوسان داریم، رسیدن به هدف بسیار پیچیده و زمانبر خواهد بود. اما طول منحنی کمتر، نشان دهنده نوسان کمتر و لذا زمان کمتر و برنامه منظم تر برای رسیدن به هدف است. به اشکال ۱۲ و ۱۳ توجه نمایید.



شکل ۱۲. نماد افرادی که زندگیشان نوسانات زیادی دارد

Figure 12: The symbol of a person with a oscillated's life



شکل ۱۳. نماد افراد همیشه موفق

Figure 13: The symbol of a very successful person

۲.۱۰. قضیه مقدار میانگین برای انتگرال ها. قضیه مقدار میانگین برای انتگرال ها، بیان می نماید که اگر تابع f بر بازه پیوسته $[a, b]$ باشد، آنگاه $c \in (a, b)$ موجود است که

$$\int_a^b f(t) dt = f(c)(b - a).$$

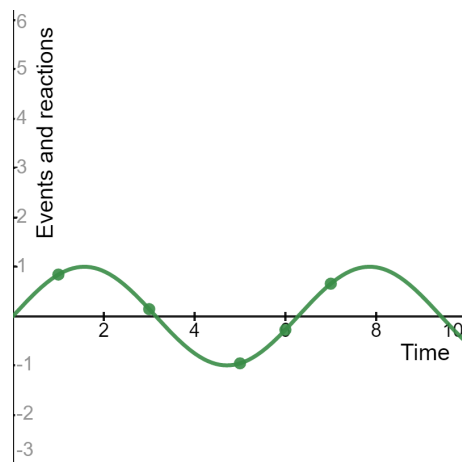
در تابع زندگی، مثلاً تابع f ، این قضیه بیان می نماید که میزان اثرگذاری و انجام رسالت محوله توسط ما در یک برهه زمانی، به طور میانگین، توسط یک واقعه، یا واکنش ما به یک واقعه در یک لحظه تاثیرگذار، تعیین می گردد. به بیان دقیق تر، فرض کنید، f تابع زندگی ما در بازه زمانی a تا b پیوسته است. در این صورت، میزان اثرگذاری ما در این بازه، به طور متوسط، با مقدار

واقعۀ یا واکنش ما به آن واقعۀ در نقطه زمانی c در این بازه برابر است. این اهمیت نقش لحظات تأثیرگذار و سرنوشت‌ساز زندگی ما و به بیان بهتر، واکنش ما در آن لحظات را با برهانی منطقی، به تصویر می‌کشد.

۱۱. دنباله زندگی ما

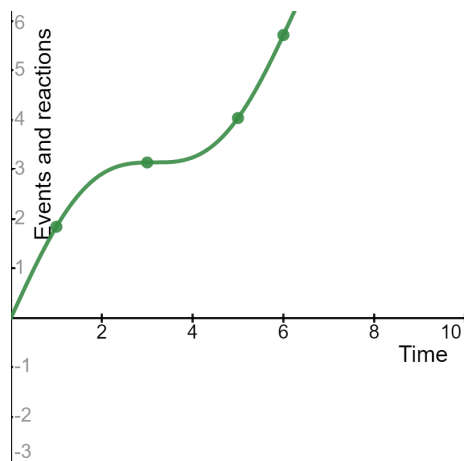
یکی از بخش‌های جالب و به نوعی قابل تمایز در اعداد حقیقی، اعداد صحیح مثبت هستند. هر عنصر، یک موقعیت منحصر به فرد و تعیین‌شده دارد. هر زیر مجموعه یک مینیمم دارد. در نهایت، می‌دانیم که جایگاه اعداد در آن مشخص‌اند یعنی قبل و بعد از n ، به ترتیب اعداد $n-1$ و $n+1$ را داریم.

همان‌طور که قبلاً اشاره کردیم، هر فردی یک تابع منحصر به فرد را در زندگی خود تعریف می‌کند. تابع وقایع و واکنش ما به آنها بر حسب زمان. لازم است بدانیم که هر یک از ما دنباله منحصر به فرد در زندگی خود داریم. البته این دنباله با تابع زندگی ما سازگار است. در ادامه می‌توانید نمودار زندگی دو فرد مختلف را مشاهده کنید. نمودار ۱۴ نشان‌دهنده فردی مودی و غیرثابت است که روی هدف خاصی تمرکز نمی‌کند و از اعتماد به نفس کافی برخوردار نیست. نمودار ۱۵ نشان‌دهنده فردی است که اعتماد به نفس بالایی دارد. این شخص می‌داند که اگر دستاوردهای خوب و موفقیت‌های عالی بخواهد نیاز است که تلاش کند و اهداف خود را به بهترین شکل دنبال کند تا به نتیجه دلخواه برسد.



شکل ۱۴. دنباله افراد مودی و غیر ثابت

Figure 14: The sequence of a moody and unstable person



شکل ۱۵. دنباله افراد خیلی موفق

Figure 15: The sequence of a very successful person

حال، دنباله زندگی را در نظر بگیرید. در این دنباله فقط مهم‌ترین و مؤثرترین بخش‌های زندگی را در نظر می‌گیرید. به‌عنوان مثال، زمانی که شما دانشجوی کارشناسی هستید، بیشترین موفقیت در این چهار سال گرفتن مدرک تحصیلی است. البته ممکن است دستاوردهای بسیار متفاوتی داشته باشیم (موفقیت یا شکست) اما هدف اصلی به‌طور رسمی گرفتن مدرک است. نقاط دنباله بیشترین تأثیر را در زندگی‌مان خواهد داشت. ممکن است شکست‌های زیادی در طول زندگی‌مان داشته باشیم و سپس موفقیت‌هایی به دست آوریم اما اگر چندین «نقطه بد» در دنباله زندگی‌مان داشته باشیم، از ظرفیت واقعی‌مان برای انجام خواسته‌هایمان بسیار دور خواهیم شد. این دنباله زندگی، می‌تواند بیکران باشد، در این حالت، زندگی ما مملو از موفقیت‌های کهنکشان و یا سرشار از شکست‌های سریالی و ناکامی‌های ممتد است. اگر نوسانی باشد، به معنی عدم ثبات و پشتکار در مقاطع حساس زندگی می‌باشد. اگر همگرا باشد، یعنی ما به‌طور نسبی توانسته‌ایم به اهداف خود برسیم. هر فردی ظرفیت، استعداد و فکری دارد. این موارد به او کمک می‌کنند تا سرنوشت خود را رقم بزند. به عبارت دیگر، هر فردی در زندگی خود تأثیر منحصر به فردی دارد. اگر فردی خودآگاهی داشته باشد و سعی کند زندگی خود را بهتر و مثبت‌تر کند، این به معنای تأثیر بهتر است. توجه داشته باشید که موارد زیادی وجود دارد که در این تأثیرگذاری دخیل هستند، مانند استفاده کردن از استعدادهای خود، در نظر گرفتن مهارت‌های نرم و غیره. اما این «تأثیر» در نمودار زندگی ما به چه معناست؟ سؤال بسیار مهمی است و قبلاً دیده‌ایم که پاسخ درست «میزان» اثرگذاری ما، انتگرال تابع زندگی ما می‌باشد. همگرایی دنباله، به معنای رسیدن به هدف و موفقیت است. از ریاضیات عمومی یک می‌دانیم که یک دنباله همگرا، کراندار است. کراندار در باب تابع زندگی، به معنای داشتن هنجارها و حریم‌هایی برای رسیدن به موفقیت و آرامش است. این قضیه به ما می‌گوید زمانی که به هدفی رسیده‌ایم قطعاً هنجارها و حریم‌هایی داشته‌ایم. اما باز می‌دانیم که کراندار لزوماً همگرایی را ایجاد نمی‌کند؛ یعنی اگرچه ممکن است هنجارها و حریم‌هایی برای موفقیت داشته باشیم، اما باز هم به آنچه می‌خواستیم، نرسیده‌ایم. مثلاً برخی دنباله‌ها کراندارند اما همگرا نیستند. با کمی کاوش به راحتی می‌توان فهمید نوسانی بودن و عدم ثبات قدم باعث واگرایی این دنباله‌ها می‌شود. باز به این نکته توجه کنید که هر دنباله کراندار و یکنوا، همگرا می‌باشد. یکنوایی در مبحث تابع زندگی، به معنای داشتن ثبات قدم و پشتکار است. پس داشتن، ثبات قدم و پشتکار به انضمام هنجارها و حریم‌ها در کارها، قطعاً به موفقیت منجر می‌شود. همان‌طور که می‌بینید قضایای ریاضی در تمام شئون زندگی روزمره ما به کار می‌آیند.

۱۲. نتیجه‌گیری

هدف ما از ارائه این مقاله نشان دادن کاربردهای ریاضیات در همه ابعاد زندگی است. همان‌طور که از متن مقاله پیداست هر بخش از ریاضی را می‌توان به‌صورت تحلیلی به امور روزانه نسبت داد چیزی که در حالت عادی اصلاً مورد توجه قرار نمی‌گیرد. در این مقاله سعی کردیم با زبان شیرین و شیوای ریاضیات جنبه‌هایی از زندگی روزمره را تحلیل کنیم تا بتوانیم بخشی از کاربردهای ریاضیات را ملموس کنیم. می‌توان این فرآیند را پیگیری کرد و به‌عنوان کارهای آینده مهارت‌های شغلی و اجتماعی را با تحلیل ریاضی بررسی کرد، مهارت‌هایی که لازمه هر زندگی موفق است.

مراجع

- [۱] ا. ضابطی و م. علی‌پور، ریاضی عمومی یک با نگرش خودآگاهی، انتشارات دانشگاه سیستان و بلوچستان، (۱۴۰۱).
- [۲] م. علی‌پور و ا. ضابطی، تحلیل ریاضی مهارت‌های نرم: پایه اشتغال‌پذیری، انتشارات دانشگاه سیستان و بلوچستان، (۱۴۰۲).
- [۳] م. علی‌پور، ضرورت مهارت‌های نرم برای اشتغال‌پذیری، فصلنامه آموزشی دانشگاه سیستان و بلوچستان، (۱۴۰۰) ۳۱-۳۶.
- [4] H. Freudenthal, Why to teach mathematics so as to be useful, *Educational Studies in Mathematics*, 1 (1968) 3-8.
- [5] A. L. E. Walmsley, *A History of the "New Mathematics" Movement and its Relations with Current Mathematical Reform*, University Press of America: Maryland, USA, 2003.

مریم علی‌پور

گروه ریاضیات و کاربردها، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

m.alipour1983@gmail.com

مریم علی‌پور متولد شهریورماه ماه ۱۳۶۲ در شهر بابل است. وی در سال ۱۳۸۷ وارد مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی دانشگاه مازندران شد و در سال ۱۳۹۰ وارد مقطع دکتری تخصصی رشته ریاضی کاربردی دانشگاه شهید باهنر کرمان شد.



امید ضابطی

گروه ریاضیات و کاربردها، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

o.zabeti@gmail.com

امید ضابطی متولد خرداد ماه ۱۳۶۴ در شهر مشهد است. وی در سال ۱۳۸۶ وارد مقطع کارشناسی ارشد ریاضی محض دانشگاه فردوسی مشهد شد و در سال ۱۳۸۸ وارد مقطع دکتری تخصصی رشته ریاضی محض دانشگاه فردوسی مشهد شد.

