

رویکردهایی میان-رشته‌ای در مدل‌سازی ریاضی سیستم‌های اجتماعی

مهدی خواجه صالحانی

چکیده. یکی از مهمترین اصول در فعالیتهای علمی-پژوهشی هر شاخه علمی، اصل هماهنگی و هم‌نوایی نظریه و داده‌های مرتبط در آن گرایش علمی می‌باشد. این مقاله قدرت مدل‌های نظریه-محور را (در مقایسه با مدل‌های آماری) در آزمون و تحلیل یک فرضیه علمی برای مطالعه سیستم‌های اجتماعی از دیدگاه جامعه‌شناسی به نمایش گذاشته و نشان می‌دهد که نه جنبه روش شناختی بلکه جنبه نظری فعالیتهای علمی بیانگر ارزش و اعتبار پژوهش‌های ریاضی در جامعه‌شناسی است. ارزیابی الگوهای نظری موجود و مدل‌های مرتبط با آنها را می‌توان گامی مهم و کلیدی در ارایه رویکردی ریاضیاتی و واحد برای مطالعه و تحلیل رفتار پیچیده سیستم‌های اجتماعی با ویژگی‌های مشترک دانست. به‌عنوان مثالی عینی از پدیده‌های اجتماعی نیز به مطالعه فرآیند تشکیل عقاید در یک سیستم اجتماعی می‌پردازیم.

۱. مقدمه

اگر به افراد جامعه به‌عنوان اجزای یک سیستم و به عوامل موثر بر تعاملات بین افراد جامعه (شامل عوامل درونی و بیرونی) و همچنین به فعالیتهای افراد به‌عنوان پارامترهای سیستم بنگریم، آنگاه می‌توانیم یک سیستم اجتماعی را به‌عنوان یک سیستم دینامیکی/سامانه‌ی پویا در نظر گرفته و رفتار چنین سامانه‌ای را با به‌کارگیری مدل‌ها و ابزار ریاضی و با استفاده از روش‌های نظریه سامانه‌های پویای مورد مطالعه قراردهیم. در واقع، عوامل موثر بر تعاملات بین افراد جامعه می‌تواند حاصل تأثیرپذیری افراد از یکدیگر بوده و یا نتیجه تأثیرگذاری افراد بر یکدیگر باشد. حال اگر این نکته را نیز در نظر داشته باشیم که نحوه استدلال و تصمیم‌گیری هر فرد در تعاملاتش با دیگر افراد یک جامعه می‌تواند کاملاً مختارانه و تا حد زیادی بطور مستقل نیز صورت پذیرد، در اینصورت می‌توان ادعا کرد که سیستم‌های اجتماعی در حقیقت سامانه‌های پویای بسیار پیچیده‌ای هستند که در آنها اجزای سامانه دارای اختیار نیز می‌باشند [۱۰].

از یک طرف پیچیدگی روزافزون سیستم‌های اجتماعی، که می‌توان آن را یکی از مهمترین دلایل ایجاد بحران‌های اقتصادی و یا تحولات سیاسی به‌ویژه در کشورهای در حال توسعه دانست، و از طرف دیگر موفقیت پژوهش‌گران محققان علوم میان-رشته‌ای در به‌کارگیری ابزار، روش‌ها و رویکردهای علم ریاضیات در تحلیل و طراحی بهینه سامانه‌های پویای مکانیکی و کنترلی مطرح در علوم مهندسی (مانند روباتیک)، دانشمندان علوم اجتماعی را نیز بر آن داشته است تا با ارایه مدل‌های ریاضی کارآمد به مطالعه ساختار و تحلیل رفتار پیچیده سیستم‌های اجتماعی بپردازند. در واقع، ایجاد شاخه پژوهشی و میان-رشته‌ای جامعه‌شناسی ریاضیاتی را می‌توان حاصل نبود مدل‌های ریاضی مؤثر و مفید در مطالعه سیستم‌های اجتماعی پویا و نتیجه

عبارات و کلمات کلیدی: سیستم اجتماعی، جامعه‌شناسی، خردپذیری کران‌دار، تعادل، فرآیند تشکیل عقاید.

دبیرتخصصی رابط: محمدرضا پوریایولی

نوع مقاله: ترویجی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۰۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۸/۱۴

<http://dx.doi.org/10.22108/MSCI.2022.134905.1525>

همکاری پژوهشگران علوم اجتماعی و ریاضی در برطرف کردن این نیاز و بالا بردن درک علمی از فرآیندها و ساختارهای اجتماعی دانست.

در جامعه‌شناسی ریاضیاتی از ریاضیات برای فرموله کردن نظریه‌های جامعه‌شناسی و به دست آوردن فرضیه‌های آزمون‌پذیر استفاده می‌شود. هرچند ریاضیات در تحلیل داده‌های اجتماعی نیز کاربرد دارد اما هدف از این کاربرد، برخلاف آنچه که در جامعه‌شناسی ریاضیاتی رخ می‌دهد، خدمت‌رسانی به پژوهشگران در فرموله‌سازی نظریه‌های جامعه‌شناسی و یکپارچه‌سازی این نظریه‌ها نیست. با این وجود، پژوهش‌های شاخه‌های تحلیل داده و جامعه‌شناسی ریاضیاتی، به‌طور طبیعی و دست کم به دلیل بهره‌مندی از استدلال‌های منطقی، دارای همپوشانی‌هایی نیز می‌باشند.

به‌عنوان یک شاخه علمی، جامعه‌شناسی، شاخه‌ای جدید و بنابراین جامعه‌شناسی ریاضیاتی، رشته علمی جدیدتری می‌باشد. برخلاف ریاضیات، در جامعه‌شناسی توافقی بر مسایل متعارف این رشته وجود ندارد ولی در عوض این شاخه علمی متشکل از دیدگاه‌های نظری متفاوتی است که می‌توانند به‌صورت الگوهای متقابل نمود پیدا کنند. مجموعه این دیدگاه‌ها در جامعه‌شناسی را نظریه جامعه‌شناسی می‌نامند. در تحلیل کلان از پدیده‌های اجتماعی، از یک دیدگاه، موسوم به کاربردگرایی^۱، ارزش‌های اجتماعی با توجه به نمود و اهمیت اجتماعی آن‌ها مطالعه می‌شوند، در حالی که در دیدگاه دیگر، نظریه تعارض^۲، ارزش‌ها به‌عنوان سلاح‌هایی در تعاملات و کشمکش‌های بین گروهی در نظر گرفته می‌شوند.

در تحلیل خرد از پدیده‌های اجتماعی، یک دیدگاه، منسوب به نظریه تبادل^۳، تعاملات اجتماعی را به‌عنوان تبادلات منابع (از هر نوع ممکن) مورد بررسی قرار می‌دهد، اما در دیدگاه دیگر، موسوم به تعامل‌گرایی نمادین^۴، تعاملات اجتماعی به‌عنوان ابزاری برای تبادل مفاهیم اجتماعی مطالعه می‌شوند. مجموعه چنین دیدگاه‌هایی به منظور تعریف مسایل بنیادین جامعه‌شناسی (مسایلی مانند اینکه هدف علم جامعه‌شناسی، در اصل، توضیح چه چیزهایی است و این‌که چطور این توضیحات ارایه شوند) شکل گرفته‌اند؛ در واقع، بر پایه همین دیدگاه‌های نظری، می‌توان از ریاضیات برای بیان مسایل بنیادی جامعه‌شناسی به زبان ریاضی و تحلیل این مسایل بهره برد.

۲. مروری اجمالی بر نقش و کارایی ریاضیات و رویکردهای میان-رشته‌ای در جامعه‌شناسی

یکی از مهمترین اصول در فعالیت‌های علمی-پژوهشی هر شاخه علمی، اصل هماهنگی و همنوایی نظریه و داده‌های مرتبط آن گرایش علمی می‌باشد. پژوهشگران معمولاً برای آزمودن نظریه‌های مختلف (که در واقع، عبارتند از مجموعه‌ای از ایده‌ها در ارتباط با نحوه عملکرد جهان پیرامون‌مان)، اطلاعاتی مرتبط با چنین نظریه‌هایی را سامان‌مند گردآوری و تحلیل می‌کنند. در ارتباط با علوم اجتماعی و به‌ویژه جامعه‌شناسی، گروه‌های اجتماعی و عملکردشان جزیی از این جهان پیرامونی هستند. از آنجا که با بیان نظریه‌های علم جامعه‌شناسی تنها به زبان معمولی نمی‌توان جنبه‌های زیادی از فرضیه‌های موجود را مورد آزمون قرار داده و تحلیل کنیم، این ادعا مطرح می‌شود که زبان دقیق ریاضیات می‌تواند در بیان دقیق نظریه‌های علوم اجتماعی و به‌ویژه جامعه‌شناسی مفید باشد. البته نظریه پردازانی که از ارائه استدلال‌های دقیق و قطعی اجتناب می‌کنند، این ادعا را نمی‌پذیرند؛ هر چند بهتر است به این نکته نیز توجه داشت که کاربرد گسترده روش‌های آماری در تحلیل داده، شاهد مناسبی بر این ادعا نبوده و نمی‌تواند ارزش و اعتبار واقعی ابزار ریاضیات را در تحلیل نظریه‌های علوم اجتماعی نشان دهد. تفاوت‌های موجود بین مدل‌های ریاضی و یا آماری را می‌توان در مراجع [۲۲]، [۶۵] و [۶۸] یافت. به اعتقاد کالینز^۵ هر تحلیل آماری در علوم اجتماعی بایستی بر اساس نظریه‌ای معتبر انجام شود. از طرفی به اعتقاد سورنسن^۶، دلیل روی آوردن جامعه‌شناسان به مدل‌های آماری، عدم وجود مدل‌های مناسب نظری بوده است. سرانجام، اسکورتس^۷ قدرت مدل‌های

¹functionalism ²conflict theory ³exchange theory ⁴symbolic interactionism ⁵Collins ⁶Sorensen ⁷Skvoretz

نظریه-محور را (در مقایسه با مدل‌های آماری) در آزمون و تحلیل یک فرضیه علمی به نمایش می‌گذارد. اما در واقع این سه پژوهشگر بر این باورند که (نه جنبه روش شناختی بلکه) جنبه نظری فعالیت‌های علمی بیانگر ارزش و اعتبار پژوهش‌های جامعه‌شناسی ریاضیاتی هستند.

در دهه ۱۹۷۰، فرارو^۸ گام‌های اساسی و پیش‌فرض‌هایی که در به سرانجام رساندن هر پروژه پژوهشی در حیطه جامعه‌شناسی ریاضیاتی لازم و ضروری هستند را در [۳۱] مورد بررسی قرار داده است. در واقع، فرارو نیز همانند تلمین^۹، [۷۰]، بر این عقیده است که با به‌کارگیری علوم نظری می‌توانیم روش‌هایی سامان‌مند و نوین برای نمایش پدیده‌های جهان پیرامون‌مان به زبان علمی، ارایه کنیم. برای نمونه، فرآیند سازگاری؛ که در [۸] مورد مطالعه قرار گرفته است؛ فرآیندی است که در آن یک فرد، دنباله‌ای از انتخاب‌های متفاوتی را پیش روی دارد که هر یک از این انتخاب‌ها می‌تواند با نظر گروه سازگار باشد یا نباشد. نمایش این فرآیند توسط زنجیره مارکوف؛ آن‌طور که توسط کهن^{۱۰} در [۲۰] پیشنهاد شده است؛ می‌تواند چارچوبی دقیق و علمی برای بیان این فرآیند ارایه دهد: در این نمایش، یک فرد در کل می‌تواند در تعداد محدودی (دقیقاً چهار) موقعیت یا حالت متفاوت قرار گیرد (هر یک از این حالت‌ها به‌طور قطعی با پاسخی مشخص در تناظر است) و فرد در بین انتخاب‌های متفاوتی که دارد می‌تواند از یک موقعیت به موقعیت دیگری تغییر موضع دهد؛ احتمال این جابجایی نیز به پارامترهای موجود در فرآیند مارکوف وابسته بوده و با توجه به مفهوم سازگاری قابل تفسیر است. به عقیده فرارو یکی از مزیت‌های چنین نمایش‌ها یا بیان‌های دقیقی از پدیده‌ها را می‌توان در معنی بخشیدن به برخی سؤالات (مانند این سوال که: زمان رسیدن به وضعیت سازگاری داریم، چه ارتباطی با پارامترهای موجود دارد؟) و یا به‌دست آوردن دیدی وسیع‌تر برای بررسی سؤالاتی دیگر (مثل این سوال که: آیا عدم سازگاری با نظر گروه می‌تواند بیانگر استقلال شخصیتی و یا پتانسیل رهبری در فردی باشد؟) دانست. مزیت دیگر چنین بیان‌ها یا نمایش‌های علمی از پدیده‌ها این است که به نظریه پردازان این اجازه را می‌دهد تا این سؤال مهم را مطرح کنند که ”چرا باید چنین باشد“.

در [۳۱] چارچوبی علمی برای فرآیند مدل‌سازی (که گامی مهم در انجام هر پروژه پژوهشی در جامعه‌شناسی ریاضیاتی است) توسط فرارو ارایه شده است. اغلب یک پروژه پژوهشی، به‌طور ضمنی و یا صریح، در قالب چارچوبی علمی آغاز می‌گردد و سپس با در نظر گرفتن پدیده‌های تجربی مورد مطالعه، به پرسشی علمی می‌انجامد. برای مثال، در نظر گرفتن این چارچوب علمی کلی که تاثیرگذاری و یا تاثیرپذیری می‌تواند در میان افراد یک گروه (به‌عنوان یک شبکه اجتماعی از افراد و ارتباطات بین آنها) همواره جریان داشته باشد به همراه پدیده تمایل به پذیرش فن‌آوری‌های جدید در میان افراد گروه، می‌تواند منجر به تولید این سوال علمی شود که فرآیند پذیرش یک فن‌آوری جدید چطور می‌تواند در یک شبکه اجتماعی از افراد صورت پذیرد [۷]. سپس تلاش برای ارایه پاسخی به پرسش علمی مطرح شده، در طی فرآیند مدل‌سازی انجام می‌گیرد. گام‌های فرآیند مدل‌سازی عبارتند از:

- طراحی مدل؛
- تحلیل مدل؛
- به‌کارگیری مدل.

به اعتقاد فرارو، گام سوم (یعنی، مرحله به‌کارگیری مدل) خود شامل چهار زیر-گام دیگر است که عبارتند از:

- تعیین مشخصه‌های ناپیدا؛
- تخمین پارامترها؛
- برآورد پیش‌بینی‌ها؛
- ارزیابی میزان تناسب مدل با واقعیت.

⁸Fararo ⁹Toulmin ¹⁰Cohen

در [۶۳] مثالی برای تشریح مراحل مدل‌سازی بیان شده است: در این مثال، سؤال علمی مطرح شده در ارتباط با توزیع احتمالاتی میزان شرکت افراد در فعالیتهای گروهی جوامعی با اندازه و بزرگی دلخواه بوده و مدل مطلوب به صورت یک فرآیند احتمالاتی طراحی می‌شود که در آن احتمال شرکت کردن فردی در یک فعالیت گروهی از محاسبه نسبت قدرت تاثیرگذاری تمایل این فرد برای شرکت در آن فعالیت خاص به قدرت تاثیرگذاری تمامی افراد دیگر گروه به دست می‌آید؛ به علاوه اینکه قدرت تاثیرگذاری یک فرد، توسط موقعیت نسبی فرد در گروه تعیین می‌شود. با تحلیل مدل مربوطه، ارتباط‌هایی بین ترکیب ساختاری گروه (که بر اساس موقعیت افراد گروه و ارتباطاتشان با یکدیگر مشخص می‌شود) و شانس/احتمال اینکه افراد (با توجه به موقعیتشان در گروه) بتوانند در فعالیتهای گروهی شرکت کنند، مشخص می‌گردد. در مرحله به کارگیری مدل مطرح در این مثال، از داده‌های حاصل از کنفرانس‌های برگزار شده در بیمارستان‌های روانی استفاده می‌شود؛ در واقع در این مرحله، ابعاد کارایی و سودمندی مدل تعیین می‌گردد، برای پارامترهای سنجش اثرگذاری موقعیت افراد بر فعالیتهای گروهی تخمینی ارایه می‌شود، توزیع‌های احتمالاتی پیش‌بینی شده برآورد شده و در نهایت توزیع‌های احتمالاتی مشاهده شده و پیش‌بینی شده با هم مقایسه می‌شوند.

یکی از مشاهدات مهم در این حیطه یافتن نقش حلقه‌های بازخوردی در ایجاد ارتباط بین گام‌های موجود در فرآیندهای پژوهشی بوده است [۳۱]: نتایج حاصل از ارزیابی یک مدل می‌تواند بازخوردهایی برای نحوه پیاده‌سازی دو مرحله اول فرآیند مدل‌سازی داشته باشد و بررسی چنین بازخوردهایی ممکن است حتی سبب شود مسأله مطرح شده، به صورتی جدید ویرایش و بیان گردد. این نوع از ویرایش‌ها و تغییرها در فرمول‌بندی مسایل پژوهشی؛ که حاصل بازخوردهای موجود در فرآیندهای پژوهشی هستند؛ به مرور زمان باعث تغییر چارچوب‌های علمی مطرح در فعالیتهای پژوهشی شده‌اند و سبب پیدایش روش‌های مدل‌سازی جدیدتر و دقیق‌تری گردیده‌اند. برای مثال، می‌توان مسأله توزیع احتمالاتی مربوط به میزان شرکت کردن افراد در فعالیتهای گروهی را نیز در اینجا در نظر گرفت: محدودیت موجود در داده‌های ارایه شده در [۶۳] سبب به کارگیری روش‌های جدیدی در گردآوری داده‌ها برای ارزیابی مدل مربوطه شدند [۶۶]؛ به علاوه، ارزیابی مدل طراحی شده، منجر به ارایه مدل‌هایی پیچیده‌تر شده است [۶۵]. در نتیجه چنین ویرایش‌هایی، پرسش علمی مطرح شده با فرمول‌بندی جدیدی ارایه شد و بنابراین چارچوب علمی مربوطه (از چارچوب فرآیندهای احتمالاتی کلاسیک) به فرآیندهای تصادفی حالت-گسسته تغییر شکل داد که در آن حالت‌های فرآیند تصادفی توسط شبکه‌ای در حال توسعه از روابط اولویت‌بندی شده به نمایش گذاشته شد (برای مثال، [۶۴] را ببینید).

از این رو نقش ابزار پیشرفته ریاضیات در مدل‌سازی کاملاً مشهود است. مدل‌ها را می‌توان به دو دسته کلی زیر تقسیم کرد:

- مدل‌های فرآیندی^{۱۱}؛
- مدل‌های ساختاری^{۱۲}.

هدف مدل‌های فرآیندی، ثبت مسیرهای ممکن از سامانه‌ی پویای مورد مطالعه (که آن‌ها را پاسخ‌های سامانه نیز می‌نامند) در فضای حالت سامانه می‌باشد. عوامل مهم در طراحی یک مدل فرآیندی عبارتند از: مفهوم دامنه زمانی (که می‌تواند گسسته یا پیوسته باشد)؛ حالت‌های سامانه (که گسسته یا پیوسته هستند)؛ نحوه وقوع حالت‌های سامانه که می‌تواند از یک توزیع احتمالاتی تبعیت کرده و یا حتمی و قطعی باشد؛ قوانین حاکم بر پدیده تغییر حالت/وضعیت در یک سامانه و پارامترهای (گسسته/پیوسته) مورد نیاز برای بیان این قوانین. به عنوان مثال، مدل فرآیندی سایمن^{۱۳} مدلی زمان-پیوسته، با حالت‌هایی پیوسته و قطعی بوده و دارای پارامترهایی پیوسته برای بیان قوانین تغییر حالت در سامانه می‌باشد که این قوانین نیز توسط

¹¹process models ¹²structure models ¹³Simon

معادلات دیفرانسیل ارایه می‌شوند. مسأله مهم در تحلیل چنین مدل‌هایی، مساله وجود و پایداری حالت‌های تعادلی سامانه و ارتباط این حالت‌ها با مقادیر پارامترهای سامانه می‌باشد. این حالت‌های تعادلی می‌توانند حالات یا موقعیت‌های مشخصی باشند و یا توسط توزیع‌های احتمالاتی روی فضای حالت سامانه بیان شوند. با به‌کارگیری نکات بیان شده در طراحی یک مدل فرآیندی پویا، فرارو توانست چهار مساله بنیادی جامعه‌شناسی نظری را به‌صورت زیر معرفی کند:

- (۱) وجود و شکل ساختارهای اجتماعی (آیا حالت‌های تعادلی در فرآیندهای اجتماعی وجود دارد؟)؛
 - (۲) پایداری ساختارهای اجتماعی (چنانچه سیستم را از حالت کنونی‌اش اندکی خارج کنیم، آیا سیستم قادر خواهد بود به یک حالت تعادل بازگردد؟)؛
 - (۳) ایستایی نسبی ساختارهای اجتماعی (نحوه وابستگی حالت‌های تعادل به پارامترها در فرآیندهای اجتماعی چگونه است؟)؛
 - (۴) مساله تعبیر مفهوم تغییر اجتماعی به‌عنوان تغییر وضعیت از یک حالت تعادلی به‌حالت تعادلی دیگر (اینکه چه فرآیند سطح بالایی قادر است، با تغییرات پارامتری، چنین تغییر وضعیتی را ایجاد کند؟).
- سوال چهارم، در واقع، بیان‌گر دیدگاهی جامع در ارتباط با مساله کلاسیک خرد-کلان در تحلیل پدیده‌های جامعه‌شناسی است: از طریق حلقه‌ای بازخوردی می‌توان ارتباطی بین فضای حالت و فضای پارامتر فرآیند خرد برقرار کرد - که این فضای پارامتری، فضای حالت فرآیند کلان را تشکیل می‌دهد.
- اما، مواردی که در مدل‌های ساختاری روی آن‌ها تاکید می‌شود عبارتند از: مجموعه‌ای از اشیاء مجرد (که برای بیان برخی از پدیده‌های اجتماعی مطلوب به‌کار گرفته می‌شوند) و روش‌های پژوهشی مناسب برای تشخیص ویژگی‌های مهم این اشیاء. مفهوم توازن^{۱۴} در گراف‌های علامت‌دار، نمونه‌ای آشکار از یک مدل ساختاری است. اشیاء مجرد در یک گراف علامت‌دار عبارتند از مجموعه رأس‌های گراف و یال‌هایی واصل بین آن‌ها که هر یال دارای ارزش/وزن مثبت یا منفی است (که معمولاً ارزش یال‌های گراف را اعداد ثابت ۱ یا -۱ در نظر می‌گیریم). به‌عبارتی دیگر، مجموعه رأس‌ها را می‌توان مجموعه افراد یک گروه در نظر گرفت و یال‌های مثبت یا منفی بین هر دو رأس را بیانگر این مطلب دانست که دو شخص متناظر با رأس‌های انتهایی هر یال به یکدیگر علاقه‌مند (یال مثبت) یا از یکدیگر متنفرند (یال منفی)؛ و اگر دو فرد/رأس هیچ احساسی نسبت به هم نداشته باشند، یالی بین این دو رأس وجود نخواهد داشت.
- گوییم یک گراف علامت‌دار در حالت توازن (بالانس) است هرگاه تمام دورهایش "مثبت" باشند؛ یعنی تعداد یال‌های منفی سازنده هر یک از دورهایش عددی زوج باشد. یکی از مهمترین مراجع در ارتباط با تحلیل مدل ساختاری گراف علامت‌دار، [۱۹] می‌باشد که در آن برهانی برای قضیه ساختار ارائه شده است؛ این قضیه بیان می‌کند که مجموعه رأس‌های یک گراف علامت‌دار را می‌توان به دو زیرمجموعه (که یکی از آن‌ها می‌تواند تهی باشد) طوری تقسیم کرد که یال‌های واصل رأس‌های درون هر یک از این زیرمجموعه‌ها همگی یال‌هایی مثبت و یال‌هایی که بین دو رأس دلخواه از دو زیرمجموعه متفاوت هستند، یال‌هایی منفی باشند.

گراف‌های علامت‌دار جزیی از خانواده بزرگتری از مدل‌های ساختاری هستند که در آن ساختار یک سیستم توسط یک شبکه نمایش داده می‌شود. سه خانواده دیگر از مدل‌های ساختاری عبارتند از مدل‌هایی که در آنها ساختار یک سیستم توسط توزیع‌های احتمالاتی یا توسط مجموعه‌ای از قوانین که به آن‌ها گرامر می‌گویند و یا به کمک نظریه بازی قابل نمایش است [۲۵]. تأکید مدل‌های توزیعی بر ویژگی‌های توزیع (استاتیک) افراد در رده‌های موقعیتی جامعه است. نمونه‌ای کلاسیک از کاربرد این گونه از مدل‌ها را می‌توان در مرجع [۱۵] یافت، که در آن نحوه تأثیرگذاری ویژگی‌های توزیع‌های احتمالاتی بر روابط

¹⁴balance

درون-گروهی بررسی شده است. از مدل‌های گرامری می‌توان در نمایش موسسات اجتماعی به‌عنوان سامانه‌هایی متشکل از نقش‌های اجتماعی، بهره برد [۳۲، ۳۳].

مدل‌های نظریه بازی غالباً در نمایش موقعیت‌های انتخابی وابسته به تأثیرات متقابل کاربرد داشته و بیشتر در حیطه کارهای پژوهشی اقتصاددانان (نه جامعه‌شناسان) رایج است [۵۱].

رده‌بندی کلیه مدل‌ها به دو دسته مدل‌های فرآیندی و مدل‌های ساختاری، در واقع، تقسیم‌بندی خیلی دقیقی نیست؛ زیرا همان‌طور که در مرجع [۳۵] و [۶۴] به آن اشاره شده است، مدل‌هایی ترکیبی (فرآیندی-ساختاری) در پروژه‌های پژوهشی حیطه جامعه‌شناسی ریاضیاتی نیز وجود دارند. به‌عنوان نمونه، مدل‌های ارایه شده برای بررسی پدیده شرکت کردن افراد در گروه‌ها و فعالیت‌های گروهی، مدل‌هایی فرآیندی هستند که در آن فضای حالت سامانه توسط مدلی ساختاری (یا به‌طور دقیق‌تر، توسط گرافی جهت‌دار به‌عنوان شبکه‌ای از روابط بین افراد) نمایش داده می‌شود. در چارچوب انتخاب عاقلانه نیز به‌ترکیبی از این دو مدل نیازمندیم [۲۱] و [۳۴].

یکی از جدیدترین پیشرفت‌های علم جامعه‌شناسی ریاضیاتی را می‌توان در بکارگیری مدل‌های عامل-محور^{۱۵} برای مطالعه پدیده‌های اجتماعی دانست. این چارچوب مدل‌سازی خارج از حیطه جامعه‌شناسی ریاضیاتی گسترش پیدا کرد، هر چند یکی از موفقیت‌های آغازین این شیوه مدل‌سازی - به نام مدل سیاست جداسازی و تبعیض که توسط شلینگ^{۱۶} ارایه شده است [۵۹] - در اولین شماره از مجله جامعه‌شناسی ریاضیاتی به‌چاپ رسید.

در مدل عامل-محور، عامل‌ها می‌توانند دارای حالت‌ها و موقعیت‌های درونی بوده و از قواعد رفتاری خاصی تبعیت کنند که این قوانین مجازند ثابت بوده و یا، با توجه به‌تجارب به‌دست آمده و یا تعاملات موجود، تغییر کنند. عامل‌ها دارای ظرفیت‌های محاسباتی و توانایی پردازش اطلاعات محدودی هستند. عامل‌ها و یا قواعدی که از آن تبعیت می‌کنند، با توجه به‌میزان موفقیتشان در دستیابی به عناصر حمایتی موجود، می‌توانند به رشد و تعالی رسیده و یا از بین بروند. برای طراحی و ارایه یک مدل عامل-محور به ابزار شبیه‌سازی برای ارزیابی میزان تناسب مدل با واقعیت نیازمندیم. در این شیوه از مدل‌سازی، طراحی عامل‌ها و قواعدی که نحوه تعامل عامل‌ها را با یکدیگر تعیین می‌کنند، پایه‌های این نظریه را تشکیل داده و تکنیک‌های شبیه‌سازی بیانگر برداشت ما را از این نظریه می‌باشند. هر پروژه پژوهشی عامل-محور دارای سه مرحله است:

- طراحی مدل؛
- به‌کارگیری و اجراء مدل؛
- تحلیل خروجی‌ها/نتایج مدل.

در مرحله اول، نحوه تعامل عامل‌ها با یکدیگر و قوانین حاکم بر موقعیت عامل‌ها تعیین می‌گردد. در مرحله بعدی، سیستم عامل‌ها و نحوه رفتار سامانه به‌صورت یک برنامه رایانه‌ای گُدنویسی شده و اجرا می‌گردد. در مرحله آخر، با تحلیل خروجی‌ها، اصول ساختاری حاکم بر قیدهای رفتاری در نظر گرفته شده برای عامل‌ها را (که به زبان برنامه‌نویسی کد شده‌اند) مورد بررسی قرار می‌دهیم.

مدل‌های عامل-محور را، به‌معنی واقعی کلمه، نه می‌توان مدلی فرآیندی و نه مدلی ساختاری محسوب کرد. این مدل‌ها نیز مسأله خرد-کلان را (که از مسایل بنیادی در جامعه‌شناسی نظری است) مورد بررسی قرار می‌دهند: "یافتن ارتباط‌های خرد-کلان به‌منظور تشریح پدیده‌های اجتماعی کلان حاصل از رفتار تک‌تک اعضای جامعه، هدف اصلی مدل‌سازی در جامعه‌شناسی است." [۵۸]. با توجه به‌مطالب بالا و به‌دلیل وجود ابزار و روش‌های محاسباتی فراوان، رویکرد مدل‌های عامل-محور با اقبال زیادی در جامعه‌شناسی ریاضیاتی مواجه شده است. دلیلی دیگر بر این ادعا این است که مدل‌های عامل-محور، در

¹⁵agent-based ¹⁶Schelling

واقع، تنها راه دریافت درک علمی از موقعیت‌هایی است که در آن یک عامل با تعداد معقولی از عامل‌های دیگر (روی شبکه‌ای از ارتباطات ساختاری) در تعامل است؛ با استناد به [۵۵]، ابزار تحلیلی و سنتی علوم اجتماعی تنها برای ارائه مدل‌هایی مناسب هستند که در آنها یا تعداد بسیار کمی از عامل‌ها (معمولاً دو عامل) و یا بینهایت عامل در نظر گرفته می‌شوند. در مدل‌های عامل-محور معمولاً برای نمایش ساختار تعامل بین عامل‌ها، از ابزارهای نظریه بازی استفاده می‌گردد. با وجود کاربردهای فراوان نظریه بازی در علم اقتصاد، این نظریه منتقدان بسیاری در میان جامعه‌شناسان دارد (برای مثال، قسمت عمده‌ای از نظریه انتخاب عقلانی - که بر پایه فرضیات نظریه بازی بیان شده - مورد انتقاد قرار گرفته است). با این وجود، مفهوم عقلانیت و خردپذیری کران‌دار^{۱۷} - آن‌گونه که توسط سایمن در کتابش با عنوان "مدل‌هایی از بشریت"، [۶۱]، بیان شده است - برای جامعه‌شناسان قابل قبول‌تر می‌باشد. در خردپذیری کران‌دار، فرآیند تصمیم‌گیری در حضور سه محدودیت اجتناب ناپذیر انجام می‌شود که عبارتند از:

- (۱) محدودیت اطلاعات افراد/عامل‌ها از پدیده‌های پیرامونی مورد مطالعه؛
- (۲) محدودیت ذهن بشر در ارزیابی و بررسی اطلاعات و داده‌های موجود؛
- (۳) محدودیت زمانی برای تصمیم‌گیری.

بنابراین یکی از چالش‌های موجود در طراحی مدل‌های عامل-محور، ارایه مدلی است که در آن مفهوم عقلانیت و خردپذیری کران‌دار برای بررسی و تحلیل نحوه عملکرد عامل‌ها در نظر گرفته شده باشد؛ در این نسخه تعمیم یافته و کارا از یک مدل عامل-محور، یک نقشه یا برنامه اجرایی برای نحوه عملکرد سامانه^{۱۸} طراحی می‌شود که بر اساس آن شیوه تعامل عامل‌ها با یکدیگر (با در نظر گرفتن محدودیت‌های حاصل از خردپذیری کران‌دارشان) تعیین می‌گردد - در واقع، در چنین مدلی، تعامل هر دو عامل با یکدیگر مقدار پارامتری با عنوان بازده^{۱۹} را (که بیانگر پیامد حاصله برای طرفین رابطه تقابلی است) نیز مشخص می‌کند - مقادیر این پارامتر را، به ازای تعاملات بین عامل‌های مختلف، می‌توان در هر لحظه در غالب ماتریسی به نام ماتریس بازی سامانه^{۲۰} نمایش داد.

ارزیابی الگوهای نظری موجود و مدل‌های مرتبط با آنها را می‌توان گامی مهم و کلیدی در ارایه رویکردی ریاضیاتی و واحد برای مطالعه و تحلیل رفتار پیچیده سیستم‌های اجتماعی با ویژگی‌های مشترک دانست. در حقیقت، با یافتن تشابهات بین پارامترهای یک سامانه پیچیده پویا (که برای آن مدلی ریاضی و کارا ارایه شده و می‌تواند یک سامانه پویای نظری و کاملاً محض بوده و یا سامانه‌ای مکانیکی یا کنترلی باشد) و پارامترهای سیستم اجتماعی مورد مطالعه و همچنین با تطبیق نحوه بکارگیری ابزار ریاضی مطرح در مدل ریاضی موجود با نحوه استفاده موثر از این ابزار در تحلیل رفتار سیستم اجتماعی مورد نظر، می‌توان مدلی ریاضی برای مطالعه ساختاری و تحلیل رفتاری سیستم اجتماعی مربوطه ارایه کرد.

به‌طور خلاصه، رویکردهای مهم و کاربردی موجود برای مدل‌سازی ریاضی سیستم‌های اجتماعی را می‌توان به‌صورت زیر لیست کرد: مدل‌های عامل-محور؛ رویکرد نظریه بازی؛ دینامیک/پویایی جمعیتی؛ شبکه‌های اجتماعی؛ جامعه‌شناسی محاسباتی؛ رویکرد مکانیک آماری و رویکرد نظریه جنبشی از مکانیک سیالات.

مدل‌های عامل-محور، در واقع، مدل‌هایی محاسباتی برای شبیه‌سازی تعاملات بین افراد جامعه (موسوم به عوامل جامعه) هستند که به‌منظور تحلیل پدیده‌های مشهود سیستم اجتماعی مورد نظر و یافتن حالت‌های تعادل سیستم^{۲۱} طراحی می‌شوند. در بکارگیری رویکرد عامل-محور، علاوه بر روش‌های مونت کارلو^{۲۲} برای شناخت جنبه‌های تصادفی سامانه، به ابزارهایی از نظریه بازی و همچنین نظریه سامانه‌های چند-عاملی نیازمندیم. در طراحی چنین مدل‌هایی، مجموعه‌ای از قوانین رفتاری نیز بایستی لحاظ گردد؛ در واقع، این قوانین بر پایه مفاهیمی همچون خردپذیری، اعتقادات شخصی و موقعیت‌های اجتماعی وضع

¹⁷bounded rationality ¹⁸action plan ¹⁹payoff ²⁰game matrix ²¹equilibria ²²Monte Carlo

می‌گردند تا بتوان رفتار همزمان افراد/عوامل جامعه را به منظور بازآفرینی و پیش‌بینی وضعیت کلی سیستم مورد مطالعه قرار داد. اخیراً از مدل‌های عامل-محور در تحلیل پدیده‌هایی که ساختاری شبکه‌ای دارند (مانند پدیده تروریسم، الگوهای ترافیکی، بحران‌های مالی، رفتار مشتریان و مصرف‌کنندگان، سرایت بیماری‌های واگیردار و سیاست‌های جداسازی و تبعیض اجتماعی) نیز استفاده شده است. بعضی از مراجع مفیدی که به بررسی کاربردهای این رویکرد پرداخته‌اند، عبارتند از [۹]، [۲۵] و [۲۹]. رویکرد نظریه بازی: نظریه بازی شاخه‌ای از ریاضیات کاربردی است که در علوم اجتماعی و اقتصاد کاربردهای بسیاری یافته است. با استفاده از این رویکرد می‌توان به مطالعه رفتار افراد (بازیکنانی) پرداخت که برای ارایه بهترین پاسخ ممکن، در قبال رفتار یا انتخاب دیگر بازیکنان، راهبردهای خاصی را (معمولاً به منظور دستیابی به حالت‌های تعادلی ممکن) طراحی می‌کنند. شایان ذکر است که در نظریه بازی همواره فرض بر این است که تمامی بازیکنان عاقل بوده و همواره منطقی رفتار می‌کنند. [۴۲] و [۵۷] از معتبرترین مراجع موجود در این زمینه هستند.

رویکرد پویایی جمعیتی به مطالعه تغییرات دو پارامتر مهم سمانه می‌پردازد که عبارتند از:

(الف) تعداد افراد حاضر در یک یا چندین گروه تعاملی، که تغییرات این پارامتر تحت فرآیندهای زیست-محیطی رخ می‌دهد

(ب) مشخصه درون-گروهی (که معمولاً در پیدایش رفتارهای گروهی موثر است) مانند سن افراد، میزان مقبولیت افراد یک گروه در میان گروه‌های دیگر و یا موقعیت اجتماعی افراد. مدل‌های حاصل از چنین رویکردی را می‌توان توسط دستگاه‌هایی از معادلات دیفرانسیل جزئی طراحی و ارایه نمود [۷۲].

رویکرد شبکه‌های اجتماعی، رویکرد بسیار مفیدی برای مطالعه نقش ارتباطات اجتماعی در تعیین و مقیدسازی رفتارهای اجتماعی و بررسی پویایی سیستم‌های اجتماعی می‌باشد. مراجع زیر را می‌توان شاهدهی بر این ادعا دانست: [۲۸]، [۴۳]، [۶۰] و [۷۱].

جامعه‌شناسی محاسباتی شاخه‌ای از علم جامعه‌شناسی است که با استفاده از روش‌ها و فنون محاسباتی بر پایه شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای، هوش مصنوعی و روش‌های آماری پیچیده به مدل‌سازی و تحلیل پدیده‌های اجتماعی می‌پردازد [۵۲]. هدف این رویکرد ارائه مدلی محاسباتی به شکل یک "جامعه مصنوعی" است که توسط آن بتوان ساختار یک سیستم اجتماعی را تحلیل کرد. برای کسب اطلاعات بیشتر در این زمینه می‌توانید به کتاب‌های [۳۰] و [۴۱] مراجعه کنید. رویکرد مکانیک آماری را می‌توان برای مطالعه بنیادین هر سامانه‌ی پویایی که دارای درجه آزادی بالایی است (مثل سیستم‌های اجتماعی)، به کار برد. این رویکرد بر پایه روش‌های آماری، نظریه احتمال و ایده‌هایی از قوانین فیزیک نوین بنا شده است. مراجع [۴۵] و [۴۶] از منابع مفید در این زمینه هستند.

رویکرد نظریه جنبشی در مدل‌سازی و تحلیل رفتار یک سیستم اجتماعی، رویکردی است بر پایه مطالعه تعاملات اجزای سیستم (مانند افراد و گروه‌های اجتماعی موجود در یک سیستم اجتماعی). در مدل ریاضی حاصل از چنین رویکردی، متغیری به نام "فعالیت" در نظر گرفته می‌شود که وضعیت ریزنمود اجزای سیستم (مثل، میزان سرمایه هر فرد) را توصیف می‌کند؛ ولی برای مطالعه وضعیت کلی یا درشت‌نمود سیستم (مانند، سرمایه میانگین جامعه) به ابزار آماری و روش‌های نظریه احتمال نیازمندیم. در واقع، مدل‌های حاصل از رویکرد نظریه جنبشی از بسیاری جهات (از جمله از نظر دقت ابزار ریاضی به کار رفته) مدل‌هایی دقیق‌تر از نمونه‌های حاصل از رویکردهای قبلی می‌باشند. [۴، ۵] و [۱۰] از مراجع مفید در این زمینه هستند.

در ادامه، به عنوان مثالی عینی از پدیده‌های اجتماعی، به مطالعه فرآیند تشکیل عقاید^{۲۳} در یک سیستم اجتماعی خواهیم پرداخت. بعد از به اثبات رسیدن کارایی ابزار و رویکردهای ریاضی، مساله مدل‌سازی و تحلیل پدیده‌های اجتماعی مانند پدیده تشکیل عقاید تبدیل به موضوعی محبوب در میان پژوهشگران رشته ریاضی (که علاقه‌مند به پژوهش‌های میان-رشته

²³opinion formation

ای بوده‌اند) شده است. برای کسب اطلاعات بیشتر در این زمینه، می‌توان به منابع زیر مراجعه کرد: [۱۳]، [۲۳]، [۳۹]، [۴۰] و [۴۹].

این بخش را با بررسی مدل‌های ارایه شده در مقالات [۱۳] و [۱۷]، در ارتباط با فرآیند تشکیل عقاید، به پایان می‌رسانیم: در مقاله [۱۳] مدلی ریاضی برای تحلیل پدیده تشکیل عقاید در یک سیستم اجتماعی ارایه شده است که در آن افراد در برقراری تعاملاتشان، البته تحت تاثیر رهبران^{۲۴} (که به‌طور دوره‌ای ایفای نقش می‌کنند) یا عوامل متقاعدکننده^{۲۵} موجود، مختارند.

فرض کنیم مجموعه متناهی $L_u = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ بیانگر عقاید قابل قبول در مورد موضوعی خاص باشد؛ عضوهای این مجموعه را نیز به‌گونه‌ای مرتب و اندیس‌گذاری می‌کنیم که فاصله بین اندیس‌ها با "فاصله بین عقاید متفاوت" مرتبط باشد. اگر تعداد افرادی از جامعه (یا سیستم اجتماعی مورد مطالعه) که در زمان t همگی دارای عقیده u_i هستند را با تابع $f_i = f_i(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ نمایش دهیم ($i = 1, \dots, n$)، آنگاه می‌توان دید که توابع f_i مؤلفه‌های تابع توزیع روی وضعیت ریزنمود سیستم هستند. حال فرض کنیم مقادیر n تابع زمانی $g_i = g_i(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ بیانگر تعداد رهبرانی باشد که در زمان t دارای عقیده u_i هستند؛ در این صورت می‌توان از توابع g_i به‌عنوان ابزاری برای تشخیص میزان متقاعدکنندگی یا پسندیدگی u_i در جامعه مورد مطالعه استفاده نمود. در واقع، در این مقاله، تغییرات تابع توزیع بر حسب تغییرات توابع زمانی f_i مورد بررسی قرار گرفته است. ایده اصلی در به‌دست آوردن دستگاه معادلات دیفرانسیل غیر خطی وابسته به‌زمان، که پدیده تشکیل عقاید را در سیستم اجتماعی مورد نظرمان مدل‌سازی می‌کند، از قوانین نظریه جنبشی گازها در مکانیک سیالات گرفته شده است. در ادامه نیز نویسندگان مقاله، با توجه به انتخاب‌های متفاوت و ممکن برای توابع زمانی $g_i(t)$ و نحوه عملکرد رهبران جامعه، رفتار سه گونه متفاوت از سیستم اجتماعی مورد نظر را با شرط این‌که $L_u = \{u_1, u_2, u_3\}$ مورد بررسی قرار داده و نتیجه گرفته‌اند که در هر سه حالت، سیستم به نوعی از پایداری می‌رسد (که در نظریه سامانه‌های پویا به پایداری مجانبی سراسری معروف است)؛ سه حالت مورد بررسی عبارتند از این‌که رهبران به‌طور دوره‌ای از:

الف) عقیده u_1

ب) عقیده u_2

ج) یا عقاید u_1, u_3

حمایت کنند.

اما در مقاله [۱۷]، با رویکردی متفاوت، مدلی جدید برای تحلیل فرآیند تشکیل عقاید در یک شبکه اجتماعی دلخواه طراحی و مطالعه می‌گردد؛ پویایی این سامانه نیز توسط یک تابع انرژی سراسری معرفی می‌شود. در واقع، این مقاله به‌مطالعه کمینه‌سازهای موضعی و سراسری تابع انرژی سامانه (که آنها را پیکربندی‌های عقیده‌ای پایدار سامانه می‌نامند) پرداخته و با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و مفروضاتی خاص برای گراف دوستی، وضعیت کمینه‌سازهای سراسری را بررسی می‌کند. در این مقاله نشان داده می‌شود که هر چه ارتباطات میان-فردی در یک شبکه اجتماعی قوی‌تر شود، تعداد پیکربندی‌های پایدار در مدل ارایه شده برای فرآیند تشکیل عقاید بیشتر می‌شود. در مدل ارایه شده، ارتباطات جاذب و دافع (هر دو نوع) می‌توانند بر تعاملات عوامل اثر بگذارند؛ به‌عبارتی دیگر، با این ایده که عقاید هر شخص به سمت عقاید دوستانش میل کرده و از عقاید دشمنانش فاصله می‌گیرد، هر دو نوع از تعاملات (دوستی و دشمنی) در شبکه اجتماعی مدل ارایه شده در [۱۷] در نظر گرفته شده‌اند؛ از این جهت، مدل ارایه شده در این مقاله مدلی جامع‌تر از مدل‌های ارایه شده در [۱۱]، [۱۲] است که در آنها تنها تعاملات دوستانه در نظر گرفته شده است.

²⁴leaders ²⁵persuaders

نتایج اصلی مقاله [۱۷] در دو محور پژوهشی ارایه شده‌اند: ابتدا در بخش دوم مقاله، برای حالتی که گراف متناظر با شبکه اجتماعی مورد مطالعه در حالت توازن قرار دارد، کمینه‌های سراسری تابع انرژی بررسی می‌گردند؛ سپس در بخش سوم، یکنوایی یا عدم یکنوایی تعداد چنین کمینه‌هایی مطالعه می‌شود. در واقع، وجود توازن در گراف متناظر با یک شبکه اجتماعی پویا را می‌توان با دو عبارت ساده به صورت زیر نیز توصیف کرد:

(الف) دشمن دشمن من، دوست من است؛

(ب) دوست دوست من، دوست من است

به علاوه، در یک پیکربندی پایدار از سامانه، هر عضو جامعه شاهد توازنی بین فشارهای اجتماعی و عکس‌العمل‌های طبیعی متناظر است. همچنین هر چه تعداد پیکربندی‌های پایدار بیشتر باشد، یک عضو جامعه قادر خواهد بود تا با صرف انرژی کمتری به کشف و بررسی عقاید موجود پردازد. البته محورهای پژوهشی جالب دیگری را نیز می‌توان در همین راستا در نظر گرفت. برای مثال، اگر تعداد نقاط پایدار سیستم مورد مطالعه دارای کران باشد، آنگاه آیا می‌توان ارتباطی منطقی بین این کران، ساختار شبکه‌ای سیستم اجتماعی (این‌که مثلاً این شبکه در حالت توازن باشد یا خیر) و تابع انرژی سامانه پیدا کرد؟

۳. رویکردهای میان-رشته‌ای ادغامی در علم جامعه‌شناسی ریاضیاتی

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد گرایش‌های پژوهشی جدید در جامعه‌شناسی ریاضیاتی، برای مثال، کافی است به مطالعه و بررسی مقالاتی که به تازگی در مجلات تخصصی این رشته به چاپ رسیده‌اند، پرداخت. برای نمونه، بیشتر مقالات جدید چاپ شده در مجله جامعه‌شناسی ریاضیاتی اغلب در چند زمینه زیر نوشته شده‌اند:

- اهمیت انجام آزمون‌های گروهی کوچک در یافتن قواعد حاکم بر داده‌های جمع‌آوری شده در جهت مطالعه ساختار گروه و تحلیل رفتاری اعضای گروه؛
- پژوهش‌هایی پیرامون مفهوم توازن (بالانس) در گراف‌های علامت‌دار متناظر با شبکه‌های روابط اجتماعی؛
- تراوایی و نفوذپذیری مرز بین جامعه‌شناسی ریاضیاتی محض و مسایل روش-شناختی کمی؛
- کاربرد ابزار شبیه‌سازی در به دست آوردن نتایج حاصل از مدل‌های ارایه شده؛ مسایل و مفاهیم خرد-کلان و مسایل عمیق حاصل از پژوهش‌های صورت گرفته روی شبکه‌های روابط اجتماعی.

شایان ذکر است که مجله آمریکایی جامعه‌شناسی^{۲۶} و مجله آمریکایی نقد و بررسی جامعه‌شناسانه^{۲۷} نیز مجلات پژوهشی معتبر دیگری هستند که همواره مقالات جامعه‌شناسی ریاضیاتی (که بیانگر ایده‌هایی نوین در این شاخه میان-رشته‌ای جدید می‌باشند) را به چاپ رسانده‌اند. در این بخش، قصد داریم مروری کوتاه بر گوناگونی کارهای پژوهشی انجام شده با تکیه بر رویکردهای میان-رشته‌ای ادغامی در حیطه جامعه‌شناسی ریاضیاتی داشته باشیم.

برای نمونه‌ای از پژوهش‌های انجام شده در ارتباط با به کارگیری داده‌های حاصل از انجام آزمون‌های گروهی برای ارائه مدل‌هایی معتبر و کارا، می‌توان از موارد زیر نام برد: [۶]، [۱۸]، [۲۶]، [۳۸] و [۷۳]. در سه مرجع اول، ساختاری شبکه‌ای برای روابط بین اعضای گروه مورد مطالعه در نظر گرفته شده است و هدف آنها ارائه مدلی برای بررسی اختلاف درآمد اعضای گروه در موقعیت‌های مختلف است. دو مرجع دیگر به بررسی پدیده رفتار انتخابی (اختیار رفتاری) در مواجهه با شرایط سرمایه‌گذاری نامتقارن در جامعه مورد مطالعه، می‌پردازند.

در [۲] و [۲۴]، با استفاده از ابزار تحلیلی و شبیه‌سازی، به بررسی تغییراتی مشاهده شده در ساختار دراز-مدت شبکه روابط اجتماعی جامعه مورد مطالعه (که با گراف‌های علامت‌دار با یال‌های مثبت یا منفی نمایش داده می‌شود) پرداخته شده است

²⁶american journal of sociology ²⁷american sociological review

که این تغییرات، در واقع، حاصل تغییر سامان‌مند علامت یال‌های گراف متناظر با شبکه روابط اجتماعی جامعه مورد نظر - جهت دستیابی به گرافی متوازن - می‌باشد.

از پژوهش‌هایی انجام شده حاصل از ادغام ابزار محض از جامعه‌شناسی ریاضیاتی و رویکرد روش-شناختی کمی (رویکردی که ابزار کلاسیک تحلیل داده در آن، مدل‌های آماری هستند)، برای نمونه، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

مقالات [۵۰]، [۶۷] و [۷۶] به بررسی پیشرفت روش‌های کمی در تحلیل شبکه‌های روابط اجتماعی می‌پردازند. اما در [۱۴]، [۱۶]، [۵۴] و [۶۲] به مطالعه مسایلی در مدل‌سازی معادله ساختاری و جمعیت‌شناسی (دانشی که با انبوهی، گستردگی و درآمد گروه‌های مردمی سروکار دارد) پرداخته می‌شود. شایان ذکر است که روش مدل‌سازی معادله ساختاری، شیوه‌ای از مدل‌سازی است که در آن از مجموعه متنوعی از مدل‌های ریاضی، الگوریتم‌های رایانه‌ای و مدل‌های آماری برای ارائه ساختاری شبکه‌ای جهت تحلیل داده‌های مورد مطالعه، استفاده می‌گردد؛ قدرت این روش در توسعه نظریه‌ها باعث کاربرد وسیع آن در علوم مختلف از قبیل بازاریابی، مدیریت منابع انسانی، مدیریت راهبردی و سامانه‌های اطلاعاتی شده است.

از ابزار شبیه‌سازی در پژوهش‌های علم جامعه‌شناسی ریاضیاتی به وفور استفاده شده است. از آن جمله، به چند مورد زیر اشاره می‌کنیم. در مرجع [۳۷]، مدلی عامل-محور برای مطالعه سیاست جداسازی و تبعیض اقامتی ارائه شده است. در [۳۶] نیز، با استفاده از روش‌های عامل-محور، پدیده تضاد/قطبیت عقاید^{۲۸} مورد بررسی قرار گرفته است. نقش واسطه‌های بازار کار (آژانس‌های کاری موقتی) نیز در مرجع [۴۷]، با به‌کارگیری ابزار شبیه‌سازی، مطالعه شده است.

نتایج تحلیلی و البته نظری بسیاری نیز در ارتباط با مسایل و مفاهیم خرد-کلان به چاپ رسیده است؛ مثلاً می‌توان به [۵۶] و [۵۸] اشاره کرد، که هر دو بر اساس نتایج مرجع [۲۱] نوشته شده‌اند. همچنین، با بررسی اصول حاکم بر تعاملات بین افراد جامعه، چارچوبی برای مطالعه ارتباطات بین پدیده‌های خرد و کلان جامعه در مقاله [۴۹] ارائه شده است.

در [۴۴] ابزاری تحلیلی برای بررسی رابطه بین مفاهیم مرکزیت ویژه^{۲۹} و درجه هر رأس یک درخت (که نوع خاصی از یک شبکه/گراف است که در آن هیچ دور یا مسیری بسته وجود ندارد) به‌کار رفته است؛ به زبانی ساده، تعداد زیردرخت‌های هر رأس یک درخت، درجه آن رأس نامیده می‌شود؛ به‌علاوه، مرکزیت ویژه یک رأس، معیاری عددی است برای ارزیابی میزان تاثیرگذاری آن رأس/فرد در گراف/شبکه نظیرش - پس رأس/فردی می‌تواند دارای مرکزیت ویژه بالاتری باشد که با رأس‌ها یا افراد بیشتری در ارتباط است که خودشان نیز دارای مرکزیت/تاثیرگذاری بالاتری در شبکه/گراف هستند. در [۳] نیز، آگنسیس^{۳۰} و روس^{۳۱}، نشان داده‌اند که چطور می‌توان از روش‌های مدل‌سازی، بر اساس گراف‌های تصادفی نمایی، برای تحلیل یک شبکه دو-وضعیتی^{۳۲} از افراد (تئاترروها) و رخدادها (نمایش‌های تئاتری) بهره برد. در اینجا، منظور از یک شبکه دو-وضعیتی، شبکه‌ای است که گراف متناظرش دارای دو مجموعه متفاوت از رئوس است - یال‌های چنین گرافی نیز تنها رئوس واقع در دو مجموعه متمایز را به هم وصل می‌کند.

مقالات [۷۴]، [۷۵] به تحلیل حالت‌های تعادلی دستگاه معادلات دیفرانسیلی می‌پردازند که تعاملات بین اقلیت‌های زبانی با دیگر افراد جامعه را مدل می‌کند. در مرجع [۵۳] نیز تغییر و تحولات فضای سیاسی ایالات متحده مورد بررسی قرار گرفته است.

در واقع نتایج ارائه شده در این بخش، شاهی بر پویایی و گوناگونی پژوهش‌های جدید در گرایش‌های مختلف علم جامعه‌شناسی ریاضیاتی است (برای نمونه، مقاله [۱] را ببینید).

²⁸opinion polarization ²⁹eigen-centrality ³⁰Agneessens ³¹Roose ³²two-mode network

۴. برخی از چالش‌های پژوهشگران جامعه‌شناسی ریاضیاتی

به دلیل ماهیت پژوهش‌های میان-رشته‌ای، پژوهشگران چنین رشته‌هایی، به‌ویژه پژوهشگران شاخه جدید جامعه‌شناسی ریاضیاتی، همواره با چالش‌هایی روبرو بوده‌اند. برای نمونه، یکی از وظایف اصلی یک پژوهشگر جامعه‌شناسی ریاضیاتی بیان نظریه‌های جامعه‌شناسی به زبان ریاضی است؛ در واقع، از آنجا که در جامعه‌شناسی کلاسیک، نظریه‌ها اغلب حاصل آزمایشات انجام شده و تجربیات به دست آمده توسط جامعه‌شناسان می‌باشند، ولی در ریاضیات، نظریه‌ها همگی قطعی بوده و به صورت اصل-موضوعی ساخته شده و گسترش می‌یابند، بنابراین می‌توان برگردان و یا بیان یک نظریه جامعه‌شناسی به زبان ریاضی را یکی از چالش‌های مهم پژوهشگران جامعه‌شناسی ریاضیاتی دانست.

چالش مهم دیگر، وابستگی مفهومی در ارائه مدلی مناسب برای مطالعه ساختار و تحلیل رفتار یک سیستم اجتماعی به کمک ابزار ریاضی است؛ به عبارتی دیگر، یک مدل ریاضی از یک سیستم اجتماعی بایستی در حد ممکن به طور مستقل از بسیاری از مفاهیم/ویژگی‌های موجود در اجتماع مورد مطالعه، ارایه شده باشد. برای مثال، علوم طبیعی، به‌ویژه فیزیک، از این جهت بسیار موفق بوده‌اند - مثلاً رنگ یا مزه یک سیب هیچ ارتباطی با رفتارش در یک میدان گرانشی ندارد (با وجود این که رنگ و مزه، جزء مفاهیم جدایی‌ناپذیر سیب هستند). جامعه‌شناسان نیز در تحلیلشان از یک سیستم اجتماعی، اغلب ویژگی‌های شخصیتی افراد جامعه مورد مطالعه را در نظر نمی‌گیرند. به طور نمونه، هومنز^{۳۳} در مطالعاتش در [۴۸]، ویژگی‌های شخصیتی افراد را در نظر نمی‌گیرد؛ در مدل سایمن نیز این مطلب بوضوح قابل مشاهده است. اما، به هر حال، جامعه‌شناسان بسیاری نیز معتقدند که ویژگی‌های شخصیتی افراد جامعه مورد مطالعه، به‌ویژه تفاوت‌های شخصیتی افراد، هم بایستی در تحلیل یک سیستم اجتماعی در نظر گرفته شوند. اما، در هر حال، این مساله با ماهیت تحلیلی نظریه‌پردازی علمی در تضاد است.

بنابراین، موفقیت در فایق آمدن بر چالش اول - یعنی تنها ترجمه، بیان و مجردسازی سؤالات علم جامعه‌شناسی به زبان ریاضی- نمی‌تواند تضمینی در موفقیت یک پروژه پژوهشی در جامعه‌شناسی ریاضیاتی باشد. اما راه حل این مشکل چیست؟ در واقع، به اعتقاد دوری^{۳۴} (که از پیشگامان علم جامعه‌شناسی ریاضیاتی است) "آینده علم جامعه‌شناسی، به عنوان رشته‌ای موفق و پویا، تا حد بسیار زیادی به استفاده از ابزار و مفاهیم ریاضی به شیوه‌ای آگاهانه و ابتکاری وابسته است" [۲۷].

۵. تشکر و قدردانی

نویسنده مقاله در طی انجام این پژوهش از حمایت مالی پژوهشکده ریاضیات در پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (با شماره طرح پژوهشی ۱۴۰۱۳۴۰۰۲۵) بهره برده است.

مراجع

[۱] م. خواجه صالحانی: مطالعه ساختارهای ریاضی در مدلسازی سیستم‌های اجتماعی: تحلیل شبکه‌های اجتماعی، نشریه ریاضی و جامعه، ۶ (۱۴۰۰) ۶۷-۷۶.

[2] P. Abell and M. Ludwig, Structural balance: A dynamic perspective, *J. Math. Sociol.*, **33** (2009) 129-155.

[3] F. Agneessens and H. Roose, Local structural properties and attribute characteristics in 2-mode networks: p^* models to map choices of theater events, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 204-237.

[4] G. Ajmone Marsan, N. Bellomo and M. Egidi, Towards a mathematical theory of complex socio-economical systems by functional subsystems representation, *Kinet. Relat. Models*, **1** (2008) 249-278.

³³Homans ³⁴Doreian

- [5] G. Ajmone Marsan, On the modelling and simulation of the competition for a secession under media influence by active particles methods and functional subsystems decomposition, *Comput. Math. Appl.*, **57** (2009) 710–728.
- [6] O. Aksoy and J. Weesie, Inequality and procedural justice in social dilemmas, *J. Math. Sociol.*, **33** (2009) 303–322.
- [7] S. Aral, L. Muchnik and A. Sundararajan, Distinguishing influence-based contagion from homophilydriven diffusion in dynamic networks, *PNAS*, **106** (2009) 21544–21549.
- [8] S. E. Asch, *Effects of group pressure upon the modification and distortion of judgment*, In: Guetzkow H (ed.) Groups, Leadership, and Men. Pittsburgh, PA: Carnegie Press (1951) 177–190.
- [9] R. M. Axelrod, *The Complexity of Cooperation: Agent-based Models of Competition and Collaboration*, Princeton University Press, Princeton, 1997.
- [10] N. Bellomo, *Modeling Complex Living Systems. A Kinetic Theory and Stochastic Game Approach*, Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology, Birkhauser Boston, Inc., Boston, MA, 2008.
- [11] N. Berglund, B. Fernandez and B. Gentz, Metastability in interacting nonlinear stochastic differential equations: I. From weak coupling to synchronization, *Nonlinearity*, **20** (2007) 2551–2581.
- [12] N. Berglund, B. Fernandez and B. Gentz, Metastability in interacting nonlinear stochastic differential equations: II. Large-n behaviour, *Nonlinearity*, **20** (2007) 2583–2614.
- [13] M. L. Bertotti and M. Delitala, On the existence of limit cycles in opinion formation processes under time periodic influence of persuaders, *Math. Models Methods Appl. Sci.*, **18** (2008) 913–934.
- [14] F. Bevaud, The endogenous analysis of flows, with applications to migrations, social mobility and opinion shifts, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 239–266.
- [15] P. M. Blau, *Inequality and Heterogeneity: A Primitive Theory of Social Structure*, New York: Free Press, 1977.
- [16] K. A. Bollen and S. Bauldry, A note on algebraic solutions to identification, *J. Math. Sociol.*, **34** (2010) 136–145.
- [17] J. C. Bronski, L. DeVille, T. Ferguson and M. Livesay, Stable configurations in social networks, *Nonlinearity*, **31** (2018) 2518–2531.
- [18] V. Buskens and A. Van de Rijt, Sequential powerdependence theoryl, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 110–128.
- [19] D. Cartwright and F. Harary, Structural balance: A generalization of Heider’s theory, *Psychological Review* **63** (1956) 277–293.
- [20] B. P. Cohen, *Conflict and Conformity: A Probability Model and its Applications*, Cambridge, MA: MIT Press, 1963.
- [21] J. S. Coleman, *Foundations of Social Theory*, Cambridge, MA: Belknap Press, 1990.
- [22] R. Collins, *Theoretical Sociology*, New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1988.
- [23] G. Deffuant, F. Amblard, G. Weisbuch and T. Faure, How can extremism prevail? A study based on the relative agreement interaction model, *J. Artif. Soc. Soc. Simul.*, **5** (2002).

- [24] H. Deng and P. Abell, A study of local sign change adjustment in balancing structures, *J. Math. Sociol.*, **34** (2010) 253–282.
- [25] A. Deutsch, S. Dormann, *Cellular Automaton Modeling of Biological Pattern Formation: Characterization, Applications, and Analysis*, Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology, Birkhauser, Boston, 2005.
- [26] G. Dogan and M. Van Assen, Testing models of pure exchange, *J. Math. Sociol.*, **33** (2009) 97–128.
- [27] P. Doreian, *Mathematics and the Study of Social Relations*, New York: Schocken, 1970.
- [28] G. C. M. A. Ehrhardt, M. Marsili, F. Vega-Redondo, Phenomenological models of socioeconomic network dynamics, *Phys. Rev. E*, **74** (2006) .
- [29] J. M. Epstein and R. Axtell, *Growing Artificial Societies: Social Science From the Bottom Up*, The MIT Press, 1996.
- [30] J. M. Epstein, *Generative Social Science: Studies in Agent-based Computational Modeling*, Princeton, NJ: Princeton University Press, 2007.
- [31] T. J. Fararo, *Mathematical Sociology: An Introduction to Fundamentals*, New York: Wiley Interscience, 1973.
- [32] T. J. Fararo and J. Skvoretz, Institutions as production systems, *J. Math. Sociol.*, **10** (1984) 117–182.
- [33] T. J. Fararo and J. Skvoretz, Action and institution, network and function: The cybernetic concept of social structure, *Sociological Forum*, **1** (1986) 219–250.
- [34] T. J. Fararo and J. Skvoretz, *Methods and problems of theoretical integration and the principle of adaptively rational action*, In: Berger J and Zelditch M Jr (eds) Theoretical Research Programs: Studies in Theory Growth. Stanford, CA: Stanford University Press, (1993) 416–450.
- [35] T. J. Fararo, Theoretical sociology in the 20th century, *Journal of Social Structure*, **2** (2001), Available at: www.cmu.edu/joss/content/articles/volume2/Fararo.html.
- [36] A. Flache and M. W. Macy, Small worlds and cultural polarization, *J. Math. Sociol.*, **35** (2011) 146–176.
- [37] M. Fossett, Generative models of segregation: Investigating model-generated patterns of residential segregation by ethnicity and socioeconomic status, *J. Math. Sociol.*, **35** (2011) 114–145.
- [38] S. Gachter and C. Thoni, Micromotives, microstructure, and macrobehavior: The case of voluntary cooperation, *J. Math. Sociol.*, **35** (2011) 26–65.
- [39] S. Galam and J. D. Zucker, From individual choice to group decision-making, *Phys. A*, **287** (2000) 644–659.
- [40] S. Galam, Heterogeneous beliefs, segregation and extremism in the making of public opinions, *Phys. Rev. E*, **71** (2005).
- [41] N. Gilbert and K. Troitzsch, *Simulation and Social Science*, Simulation for Social Scientists (2 ed.), Open University Press, 2005.
- [42] H. Gintis, *Game Theory Evolving: A Problem-centered Introduction to Modeling Strategic Behavior*, Princeton University Press, 2000.
- [43] S. Goyal and F. Vega-Redondo, Network formation and social coordination, *Games Econ. Behav.*, **50** (2005) 178–207.

- [44] R. Grassi, S. Stefani and A. Torriero, Extremal properties of graphs and eigencentality in trees with a given degree sequence, *J. Math. Sociol.*, **34** (2010) 115–135.
- [45] D. Helbing and W. Yu, The future of social experimenting, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **107** (2010) 5265–5266.
- [46] D. Helbing, *Social Self-Organization*, Springer-Verlag, Berlin, 2012.
- [47] D. Hevenstone, Employment intermediaries: A model of firm incentives, *J. Math. Sociol.*, **33** (2009) 1–37.
- [48] Homans, G.C., *The Human Group*, New York: Harper and Row, 1950.
- [49] G. vJasso, Linking individuals and societies, *J. Math. Sociol.*, **34** (2010) 1–51.
- [50] N. Kejzar, Z. Nikoloski and V. Batagelj, Probabilistic inductive classes of graphs, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 85–109.
- [51] M. W. Macy and J. Skvoretz, The evolution of trust and cooperation between strangers: A computational model, *American Sociological Review*, **63** (1998) 638–660.
- [52] M. W. Macy and R. Willer, From Factors to Actors: Computational Sociology and Agent-Based Modeling. *Annual Review of Sociology*, **28** (2002) 143–166.
- [53] T. Mayer, The transformation of American political space 1982–2002, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 1–56.
- [54] J. C. Mico, A. Caselles, D. Soler, T. Sanz and E. Martinez, A side-by-side single sex age structured human population dynamic model: Exact solution and model validation, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 285–321.
- [55] J. H. Miller and S. E. Page, *Complex Adaptive Systems: An Introduction to Computational Models of Social Life*, Princeton, NJ: Princeton University Press, 2007.
- [56] K. Opp, Modeling micro–macro relationships: Problems and solutions, *J. Math. Sociol.*, **35** (2011) 209–234.
- [57] M. J. Osborne and A. Rubinstein, *A Course in Game Theory*, The MIT press, 1994.
- [58] W. Raub, V. Buskens and M. A. L. M. Van Assen, Micro–macro links and microfoundations in sociology, *J. Math. Sociol.*, **35** (2011) 1–25.
- [59] T. Schelling, Dynamic models of segregation, *J. Math. Sociol.*, **1** (1971) 143–186.
- [60] M. B. Short, P. J. Brantingham, A. L. Bertozzi and G. E. Tita, Dissipation and displacement of hotspots in reaction-diffusion models of crime, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **107** (2010) 3961–3965.
- [61] H. A. Simon, *Models of Man*, New York: John Wiley, 1957.
- [62] H. Singer, SEM modeling with singular moment matrices part I: ML-estimation of time series, *J. Math. Sociol.*, **34** (2010) 301–320.
- [63] J. Skvoretz, Extending expectation states theory: Comparative status models of participation in n person groups, *Social Forces*, **59** (1981) 752–770.
- [64] J. Skvoretz and T. J. Fararo, Status and participation in task groups: A dynamic network model. *American Journal of Sociology*, **101** (1996) 1366–1414.

- [65] J. Skvoretz, *Theoretical models: Sociology's missing links*, In: Sica A (ed.) What is Social Theory? The Philosophical Debates. Oxford: Blackwell, (1998) 238-252.
- [66] L. Smith-Lovin, J. Skvoretz and C. G. Hudson, Status and participation in six-person groups: A test of Skvoretz's comparative status model, *Social Forces*, **64** (1986) 992-1005.
- [67] T. A. B. Snijders, Conditional marginalization for exponential random graph models, *J. Math. Sociol.*, **34** (2010) 239-252.
- [68] A. B. Sorensen, *Statistical models and mechanisms of social processes*, In: Hedström P and Wittrock B (eds) Frontiers of Sociology, Boston, MA: Brill, (2009) 369-399.
- [69] K. Sznajd-Weron and J. Sznajd, Opinion evolution in closed community, Internat, *J. Modern Phys. C*, **11** (2000) 1157-1165.
- [70] S. Toulmin, *The Philosophy of Science*, London: Hutchinson, 1953.
- [71] D. J. Watts and S. H. Strogatz, Collective dynamics of 'small-world' networks, *Nature*, **393** (1998) 440-442.
- [72] G. F. Webb, *Theory of Nonlinear Age-dependent Population Dynamics*, Dekker, NY, 1985.
- [73] D. Willer and P. Emanuelson, Testing ten theories, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 165-203.
- [74] J. Wyburn and J. Hayward, The future of bilingualism: An application of the Baggs and Freedman model, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 267-284.
- [75] J. Wyburn and J. Hayward, A model of language-group interaction and evolution including language acquisition planning, *J. Math. Sociol.*, **34** (2010) 167-200.
- [76] A. Ziberna, Direct and indirect approaches to blockmodeling of valued networks in terms of regular equivalence, *J. Math. Sociol.*, **32** (2008) 57-84.

مهدی خواجه صالحانی

دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر، دانشکدگان علوم، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

و

پژوهشکده ریاضیات، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM)، تهران، ایران.

salehani@ut.ac.ir

نویسنده مقاله دارنده مدرک دکتری تخصصی (PhD) در رشته ریاضی از دانشگاه علوم و تکنولوژی نروژ (NTNU) بوده و هم‌اکنون از اعضای هیات علمی دانشگاه تهران می‌باشد. هندسه دیفرانسیل و مطالعه سیستم‌های دینامیکی (گسسته و پیوسته) با رویکرد هندسی-آنالیزی از جمله علایق اصلی پژوهشی نویسنده می‌باشد. نویسنده مقاله اوقات فراغت را غالباً با خانواده، طبیعت‌گردی و یا با مطالعه منابعی که به پیدایش و شکل‌گیری گرایش‌های (کاملاً نظری و کلاسیک و یا میان-رشته‌ای و نوین) علوم مختلف می‌پردازند، می‌گذرانند.



Interdisciplinary Approaches to the Mathematical Modeling of Social Systems

Mahdi Khajeh Salehani

Abstract: One of the key principles in any scientific-research activities is that of coordination and consistency of theory and related data in the corresponding scientific discipline. This paper demonstrates the power of theory-oriented models (compared to statistical models) in testing and analyzing a scientific hypothesis for the study of social systems from a sociological perspective and shows that (not the methodological aspect but) the theoretical aspect of scientific activities represents the value and the validity of mathematical research in sociology. The evaluation of the existing theoretical models can be considered as an important and key step in providing a unified mathematical approach to the study and analysis of the complex behavior of social systems with common characteristics. As an objective example of social phenomena, we study the process of opinions formation in a social system.

Keywords: Social system; Sociology; Bounded rationality; Equilibrium; Opinions formation process.

Mahdi Khajeh Salehani

School of Mathematics, Statistics and Computer Science, College of Science, University of Tehran, Tehran, Iran

and

School of Mathematics, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), Tehran, Iran.

Email: salehani@ut.ac.ir

Communicated by Mohamad Reza Pouryayevali.

Article Type: Promotional Paper.

Received: 22/08/2022, Accepted: 22/12/2022.