

روش اختلال کروسکال برای مطالعه رزنانس تصادفی یون‌های محیط مغناطیسی در میدان بسته موج الکترواستاتیک

نورا نصیری مفخم

چکیده. معادلات دیفرانسیل غیرخطی و روشهای ریاضی حل آن‌ها، کاربردهای فراوانی در مطالعه رفتار دینامیکی سیستم‌های غیرخطی دارد. یکی از سیستم‌های غیرخطی در علم فیزیک، پلاسما است که تقریباً ۹۹ درصد ماده عالم را از ستاره نوترونی تا آذرخش، تشکیل می‌دهد. برهمکنش موج-ذره؛ که به وفور در محیط پلاسما اتفاق می‌افتد؛ موجب رزنانس تصادفی ذرات باردار و در نتیجه رفتار غیرخطی آن‌ها در محیط می‌شود. در این مقاله، ضمن ارائه مدل نظری و روشی ریاضی-تحلیلی برای بررسی رفتار محیط مغناطیسی در برهمکنش با بسته موج الکترواستاتیک، نحوه گرمایش و آشفتگی محیط مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که در اختلال شدید ناشی از بسته موج، جابجایی یون‌های محیط رفتار غیر عادی دارد و بین حرکات پخش ذرات و گیراندازی ذرات تغییر می‌کند. نتایج این مطالعه، مدلی برای توصیف برهمکنش موج-ذره در یک محیط مغناطیسی متغیر و غیریکنواخت متأثر از نیروهای دوره‌ای؛ مانند بادهای خورشیدی به هنگام فعالیت خورشید، ارائه می‌دهد.

۱. مقدمه

رزنانس تصادفی یکی از پدیده‌های مهم در ارتباط با پاسخ یک سیستم غیرخطی است که تحت تاثیر یک نیروی دوره‌ای بیرونی قرار دارد. سیستم غیرخطی بسته به شدت نویز وارد شده بر آن، پاسخ‌های شبه رزنانسی از خود نشان می‌دهد. حرکت تصادفی ذرات در چنین سیستم‌های فیزیکی تحت انواع و اقسام نیروها، در حوزه‌های مختلف مانند، فیزیک ماده چگال، فیزیک پلاسما، نجوم و زیست‌شناسی مورد مطالعه قرار می‌گیرد [۱، ۲، ۳]. به ویژه، حرکت ذرات باردار در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در فیزیک پلاسما، فیزیک یون‌های سنگین و اخترفیزیک کاربرد دارد [۱]. برای مثال، برهمکنش موج-ذره در سیستم‌های فضایی و اختر فیزیکی نقش اصلی در گرمایش یونوسفیر، گرمایش کرومای خورشید و شتاب‌گیری بادهای خورشیدی دارد [۴]. مطالعات در زمینه فعالیت‌های خورشیدی و تاثیر آن بر فضای پیرامون آن، از جمله جو زمین، نشان می‌دهد که انتشار امواج الکترواستاتیک در میدان مغناطیسی خورشیدی یکی از مکانیسم‌های گرمایش در پلاسمای فضایی است. این فعالیت‌های الکترواستاتیک به‌طور متناوب در بادهای خورشیدی رخ می‌دهد که شدت آن‌ها با فاصله از خورشید کاهش می‌یابد. مطالعه حرکت اختلالی ذرات باردار ناشی از امواج الکترواستاتیک و در حضور میدان مغناطیسی در آزمایش‌های فیزیک فضا و همچنین مطالعات آزمایشگاهی گداخت هسته‌ای کاربرد دارد [۱، ۳].

عبارات و کلمات کلیدی: اختلال غیرکانونیک، برهمکنش امواج، ناوردای آدیاباتیک، رفتار آشوبی
دبیرتخصصی رابط: افشین پرورده

نوع مقاله: پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۲۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۰۴

<http://dx.doi.org/10.22108/MSCI.2022.133296.1504>

همچنین خمیدگی میدان مغناطیسی و ناهمگنی محیط نیز بر رفتار ذرات، مانند زمان برهمکنش امواج با ذرات و پهن شدگی رزنانس، اثر می‌گذارد [۵].

کروسکال^۱ در سال ۱۹۶۲ نظریه اختلال آدیاباتیکی را برای سیستمی از معادلات دیفرانسیل فرموله کرد که این معادلات لزوماً قابل اشتقاق از هامیلتونی سیستم نیستند و اگر هم از هامیلتونی سیستم مشتق شده باشند، معادلات حرکت سیستم لزوماً برحسب متغیرهای کانونی^۲ نیست. در این روش یک متغیر تند تغییر در یک درجه آزادی وجود دارد و متغیرهای درجات آزادی دیگر کند تغییر هستند. در روش کروسکال^۳ برخلاف فرمول بندی کریلوف و بوگولیوبوف^۴، نشان داده می‌شود که پاسخ‌های غیرکانونی اختلال با انتگرال کنش^۵ و متغیرهای ناوردا آدیاباتیکی^۶ معادلات دیفرانسیل مستخرج از هامیلتونی سیستم مرتبط است و در نتیجه این معادلات نشان‌دهنده تحول سیستم اختلالی هستند. به بیان دیگر در روش کروسکال، با به دست آوردن پاسخ‌های غیرکانونیک اختلالی برحسب انتگرال کنش و ناوردا آدیاباتیکی سیستم مورد مطالعه و میانگین گیری روی بازه زمانی در مقیاس متغیر تند تغییر، دینامیک سیستم مطالعه می‌شود [۶].

حرکت ذرات باردار در یک میدان مغناطیسی یکنواخت شامل دو حرکت دوران حول محور میدان مغناطیسی و حرکت سوقی^۷ در راستای میدان مغناطیسی است. هر اختلالی که باعث به هم ریختگی در ساختار خطوط میدان مغناطیسی شود بر روی حرکت ذرات باردار تاثیر قابل توجهی دارد که شامل نوسانات جهشی در راستای میدان و سوق (رانش) ذرات در راستای عمود بر میدان است. از آنجایی که سرعت دوران ذرات در قیاس با فرکانس جهش‌ها یا سوق ذرات بسیار بزرگ است، بنابراین سیستم یک متغیر تند تغییر یعنی فرکانس دوران دارد و مابقی متغیرها کند تغییر محسوب می‌شوند. برای حل معادلات حرکت این چنین سیستم‌های مختل شده توسط نیروی متناوب (مثلاً در حضور یک میدان الکترواستاتیکی) حرکت ذرات باردار در میدان مغناطیسی مختل شده توسط نیروی متناوب (مثلاً در حضور یک میدان الکترواستاتیکی) می‌توان از روش اختلال کروسکال برای استخراج معادلات حرکت برهمکنش رزنانسی موج- ذره از تابع هامیلتونی سیستم و به دست آوردن پاسخ‌های تحلیلی استفاده کرد.

با توجه به کاربردهای متنوع دینامیک ذرات باردار در اثر امواج الکتریکی در حضور میدان مغناطیسی متغیر وابسته به زمان، در این مقاله بر روی رفتار تصادفی یون‌ها به دلیل رزنانس یون‌ها با امواج الکترواستاتیکی پرداخته می‌شود. به این منظور روش اختلال کروسکال (روش میانگین چند مقیاسی) برای بسط نظریه اختلال برای هامیلتونی سیستم به کار می‌رود که حرکت یون‌ها را در حضور میدان مغناطیسی و اختلال ناشی از بسته موج الکترواستاتیکی بر حسب متغیرهای غیرکانونیک^۸ بیان می‌کند. برای تبیین مدل پیشنهادی و نمایشی از رفتار سیستم، برهمکنش یون‌ها با دو موج الکترواستاتیکی بررسی می‌شود. با به دست آوردن پاسخ‌های تحلیلی و عددی معادلات حرکت و مطالعه حرکات ذرات در فضای فاز، توصیف فیزیکی از ماهیت این برهمکنش و رفتار دینامیکی سیستم بیان خواهد شد.

۲. معادلات هامیلتونی برانگیختگی یون

فرض کنیم که سیال یونی با سرعت شعاعی $\mathbf{u} = u\mathbf{r}/r$ در میدان مغناطیسی $\mathbf{B}$ غیر یکنواخت و متغیر با زمان حرکت می‌کند که r فاصله از منبع میدان است. مولفه‌های عمودی و شعاعی میدان مغناطیسی؛ که به ترتیب با $B_{\perp}$ و $B_{\parallel}$ نشان داده می‌شوند؛ به صورت زیر تعریف می‌شوند [۷]:

$$B_{\parallel}(r, t) \propto \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{t}{t_{\perp}}\right)^{-2}, \quad B_{\perp}(r, t) \propto \frac{1}{r} \left[\left(1 + \frac{t}{t_{\perp}}\right) \left(1 + \frac{t}{t_{\parallel}}\right)\right]^{-1}$$

¹ Kruskal ² canonical variables ³ Kruskal method ⁴ Krylov and Bogoliubov ⁵ action integral ⁶ adiabatic invariant ⁷ drift ⁸ non-canonical variables

که زمان های مشخصه سیستم بیانگر انبساط شعاعی و عمودی خطوط میدان است و چنین تعریف می شوند:

$$t_{\parallel} = \left(\frac{du}{dr}\right)^{-1}, \quad t_{\perp} = \frac{r}{u}$$

هامیلتونی سیستم برای حرکت ذره بارار در حضور میدان معنایسی متغیر با معادله زیر داده می شود:

$$(۱.۲) \quad H = \frac{1}{2m} \left| \mathbf{p} - \frac{q}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \right|^2,$$

که در آن

$$(۲.۲) \quad \mathbf{p} = m\mathbf{v} + \frac{q}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t),$$

اندازه حرکت کانونیک و $\mathbf{A}$ پتانسیل برداری است که در رابطه $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ صدق می کند. یون در مسیر حرکت دورانی خود آهسته تر از تغییرات میدان الکتریکی حرکت می کند. بنابراین برای اختلال ناشی از میدان یکنواخت، فرکانس دوران در مقایسه با جهش یا فرکانس سوقی یون بیشتر است. در چارچوب مرکز راهنمای حرکت یون هامیلتونی به شکل زیر است [۶]:

$$H_0 = \frac{p_z^2}{2m} + p_\phi \Omega$$

که $\Omega = qB/mc$ فرکانس دوران و $p_\phi = m\Omega \rho^2/2$ اندازه حرکت زاویه ای با شعاع دوران $\rho = v_\perp/\Omega$ است. فرض کنیم که بسته موج الکترواستاتیک Φ با میدان الکتریکی $\mathbf{E} = -\nabla\Phi$ و زاویه انتشار $k_{\parallel} \neq 0$ باعث اختلال شود

$$(۳.۲) \quad \Phi = \sum_{n=1}^N \Phi_n \sin(k_{\parallel,n} z + k_{\perp,n} y - \omega_n t)$$

فرض می کنیم دامنه طیف کندتغییر باشد به طوری که $\Phi_n \approx \Phi$ و از تغییرات بردار انتشار صرف نظر کنیم یعنی $\mathbf{k}_n \approx \mathbf{k}$. به این ترتیب هامیلتونی جدید سیستم در چارچوب حرکت موج، با معادله زیر داده می شود:

$$(۴.۲) \quad H = \frac{k_{\parallel}^2 p_\psi^2}{2m} - p_\psi \omega_n + p_\phi \Omega + \epsilon q \Phi_0 \sum_{n=1}^N \sin(\psi_n - k_{\perp} \rho \sin \phi)$$

که در آن $p_z = k_{\parallel} p_\psi$ و $\psi_n = k_{\parallel} z - \omega_n t$. پارامتر ϵ دلخواه است و می توان در پایان محاسبات برابر با یک گرفت. با انتخاب متغیرهای $\{(\psi, p_\psi), (\phi, p_\phi)\}$ به عنوان متغیرهای کنش-زاویه^۹، و تابع تبدیل $F_2 = (\psi - l\phi)p_\psi + \phi p_\phi$ ، هامیلتونی تبدیل یافته برای رزناس l ام به صورت زیر نوشته می شود:

$$(۵.۲) \quad \mathcal{H} = \frac{k_{\parallel}^2 p_\psi^2}{2m} - p_\psi (\omega_n - l\Omega) + p_\phi \Omega + \epsilon q \Phi_0 \sum_{n=1}^N \sum_m J_m(k_{\perp} \rho) \sin[\psi_n - (m-l)\phi]$$

که در آن، سری بسل بیانگر هارمونیک های رزناس در تابع نیروی غیرخطی است. نزدیک رزناس، ψ کندتغییر است و می توان روی فاز تندتغییر ϕ میانگین گیری کرد. به جز رزناس l ام میانگین جملات اختلالی دیگر برابر صفر می شود و در نتیجه هامیلتونی به صورت زیر در خواهد آمد:

$$(۶.۲) \quad \mathcal{H} = \frac{k_{\parallel}^2 p_\psi^2}{2m} - p_\psi (\omega_n - l\Omega) + p_\phi \Omega + \epsilon q \Phi_0 \sum_{n=1}^N J_l(k_{\perp} \rho) \sin \psi_n$$

⁹ action-angle variables

چون H مستقل از ϕ است بنابراین حرکت در فضای $p_\psi - \psi$ در یک درجه آزادی است و در نتیجه انتگرال پذیر است. با استفاده از فرم مجانبی تابع بسل [۸]، و جدا کردن جملات رزنانس خواهیم داشت

$$(۷.۲) \quad \mathcal{H} \approx -(\omega_n - l\Omega)p_\psi + \epsilon q \Phi_0 \left(\frac{2}{\pi k_\perp \rho_0} \right)^{1/2} \sum_{n=1}^N \cos(k_\perp \rho - \frac{l\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) \sin \psi_n$$

که هامیلتونی سیستم را برای انحراف از حالت رزنانس ω_n به شکل زیر می دهد

$$(۸.۲) \quad \mathcal{H} \approx -\nu_n p_\psi + h_0 \sum_{n=1}^N \sin(k_\perp \sqrt{p_\psi}) \sin \psi_n$$

که $h_0 = \epsilon q \Phi_0 (2/\pi k_\perp \rho_0)^{1/2}$ و ν_n انحراف جزئی از حالت رزنانس است، $(l \pm 1)\nu_n = \omega_n - (l \pm 1)\Omega$. این هامیلتونی مستقل از زمان است و در نتیجه ثابت حرکت است. معادلات هامیلتونی حرکت به شکل زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_n}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_\psi} \equiv -\nu_n + h \sum_{n=1}^N \cos(k_\perp \sqrt{p_\psi}) \sin \psi_n, \\ \frac{\partial p_\psi}{\partial t} &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \psi_n} \equiv -h \sum_{n=1}^N \sin(k_\perp \sqrt{p_\psi}) \cos \psi_n, \end{aligned}$$

که $h = k_\perp h_0 / \sqrt{p_\psi}$. این معادلات، مسیر ذره را در فضای فاز حرکت دورانی با فرکانس سیکلوترونی یون در شرایط رزنانسی ($\nu_n = 0$) و غیر رزنانسی ($\nu_n \neq 0$) به دست می دهد. پارامتر h شدت اختلال را نشان می دهد. متغیرهای ψ و p_ψ متغیرهای هم پیوغ غیر کانونیک^{۱۰} هستند که ویژگی های حرکت ذره را در این فضای فاز مشخص می کنند.

۳. حرکت ذره در میدان دو موج الکترواستاتیک

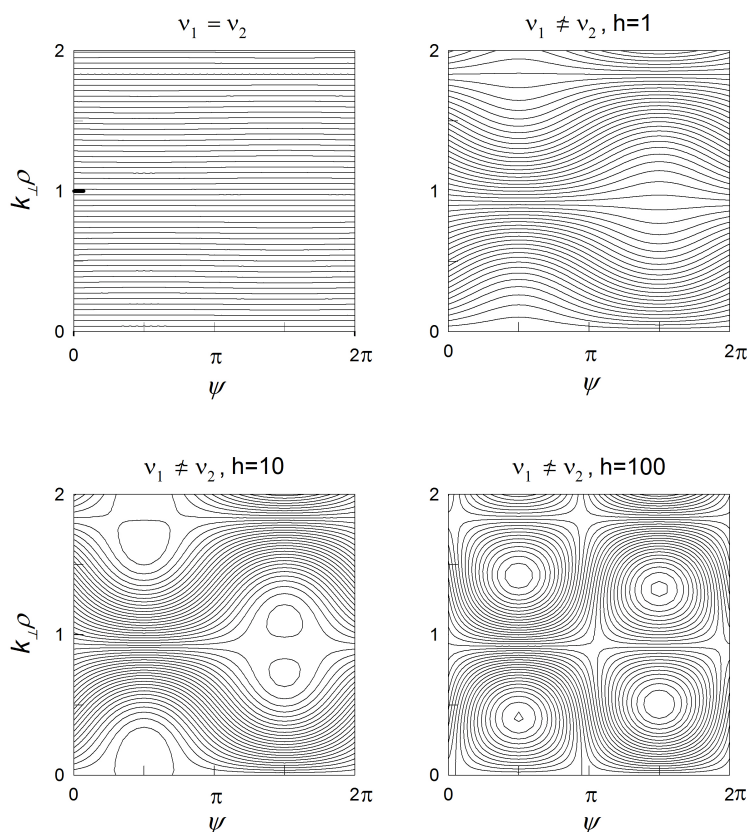
در این بخش مدل ارائه شده را برای حرکت یون ها در برهم کنش با دو موج الکترواستاتیک بررسی می کنیم. معادلات حرکت به شکل زیر خواهند شد

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_1}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_\psi} \equiv -\nu_1 + h \cos(k_\perp \sqrt{p_\psi}) [\sin \psi_1 + \sin \psi_2], \\ \frac{\partial \psi_2}{\partial t} &= \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_\psi} \equiv -\nu_2 + h \cos(k_\perp \sqrt{p_\psi}) [\sin \psi_1 + \sin \psi_2], \\ \frac{\partial p_\psi}{\partial t} &= -\sum_n \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \psi_n} \equiv -h \sin(k_\perp \sqrt{p_\psi}) [\cos \psi_1 + \cos \psi_2]. \end{aligned}$$

نمودار کانتوری منحنی های ناوردای $k_\perp \rho(p_\psi)$ بر حسب ψ در سطح مقطع $\phi = \pi$ در شکل ۱ نشان داده شده است. گرچه مختصات این نمودارها متغیرهای هم پیوغ کانونیک نیستند، اما ویژگی های کلی فضای فاز را به نمایش می گذارد. پارامترهای این دو موج عبارتند از: دامنه های دو موج، نسبت فرکانس های دو موج به فرکانس سیکلوترون یون، و نسبت زاویه ها. نمودارهای فضای فاز، حالت سیستم را برای مقادیر مختلف $\nu = \nu_1 - \nu_2 = p\Omega$ و دامنه میدان الکتریکی h نشان می دهند. سه رزنانس به خوبی دیده می شود. منحنی های ناوردا پیرامون این نواحی رزنانس ساختارهای جزیره ای در فضای فاز بوجود آورده اند. برای مقادیر کوچک h (اختلال ضعیف) و در حالت دو موجی ($\nu_1 \neq \nu_2$)، در ساختارهای جزیره ای فضای فاز گیرافتادگی ذرات وجود ندارد. برخی کانتورهای $\mathcal{H}$ از الگوی جزیره ای خارج می شوند و در کل

¹⁰ non-canonically conjugate variables

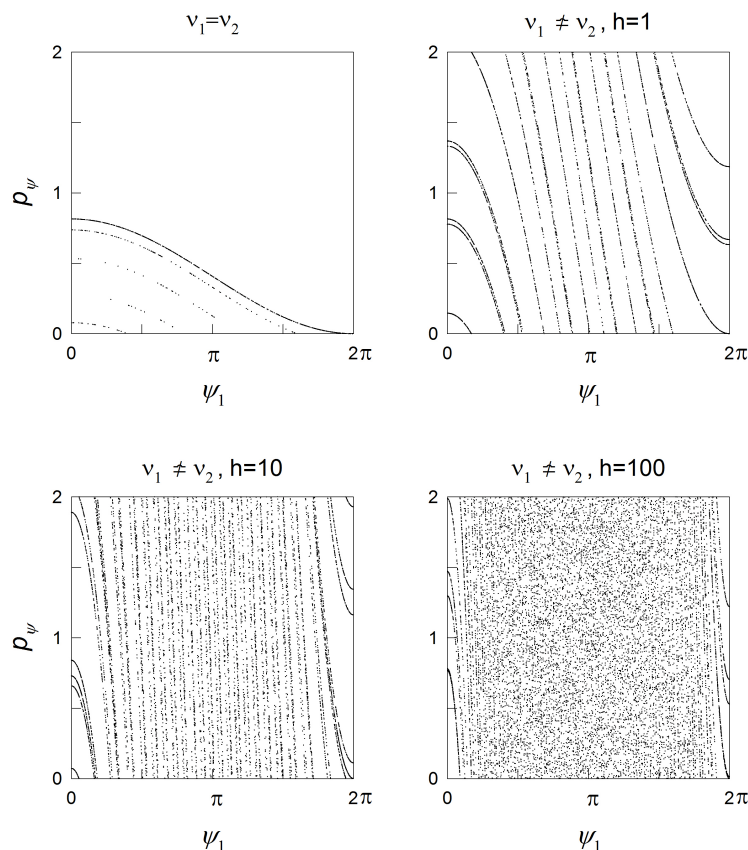
فضا از $\psi = 0$ تا $\psi = 2\pi \pmod{\pi}$ گسترش می‌یابند. در مقادیر متوسط h ، جزیره‌های مرتبه دوم پدیدار می‌شوند و حالت‌های گیرافتادگی ذرات آغاز می‌شود. جزیره‌های اولیه هنوز وجود دارند اما بالا و پایین می‌روند. در مقادیر بزرگ h (اختلال قوی)، زنجیره‌ای از جزایر بین نقاط دوره‌ای پدیدار می‌شوند و الگوی جزایر اولیه از بین می‌رود. این حالت بیانگر گیرافتادگی ذرات در مدارهای رزنانسی است. نتایج نشان می‌دهند که با انتخاب مناسب پارامترهای موج (دامنه و فرکانس) فضای فاز مانند حالت تک موجی تقسیم بندی نمی‌شود. بنابراین تک موج بر یون‌ها اثر ندارد اما در حالت برهمکنش با دو موج یا بیشتر، یون‌ها انرژی می‌گیرند و وارد نواحی آشوبی می‌شوند. برای حالت دو موجی، فرکانس‌ها باید با ضریب کمتر از ۴ با فرکانس سیکلوترونی یون فرق داشته باشند.



شکل ۱. نمودار کانتوری $\mathcal{H}(\psi, k_{\perp}\rho(p_{\phi}))$ برای زوایه مایل ($k_{\parallel} \neq 0$) رزنانس موج-ذره شامل برهمکنش تک موج ($\nu_1 = \nu_2$)

با انتگرال‌گیری از معادلات حرکت (۱.۳) و رسم نمودار از سطح مقطع مسیر ذره در مختصات دکارتی $\psi - p_{\psi}$ با صفحه $\psi = \pi$ می‌توانیم مشخصه‌های رفتاری ذره و پخش آن در فضای فاز را نشان دهیم. همان‌گونه که در شکل ۲ مشخص است در حالت برهمکنش با یک موج، نگاشت مسیر ذره منحنی‌های هموار است و در نتیجه حرکت انتگرال‌پذیر است. در حالت برهمکنش با دو موج، دو زنجیره از جزایر دیده می‌شود که ذرات گیرافتاده در این نواحی رزنانسی مدت زمان زیادی را در مسیرهای آن‌ها می‌گذرانند. با افزایش h نقاطی بین این جزایر پدیدار می‌شود که نشان‌دهنده ورود به رفتار آشوبناکی است. در نواحی آشوبی، حرکت تصادفی است که باعث گرمایش ذرات می‌شود. ضمن این‌که با وجود مسیرهای انتگرال‌پذیر، ذرات نمی‌توانند بیش از حد انرژی دریافت کنند. در $h \geq 10$ مسیرهای آشوبی به کندی پخش

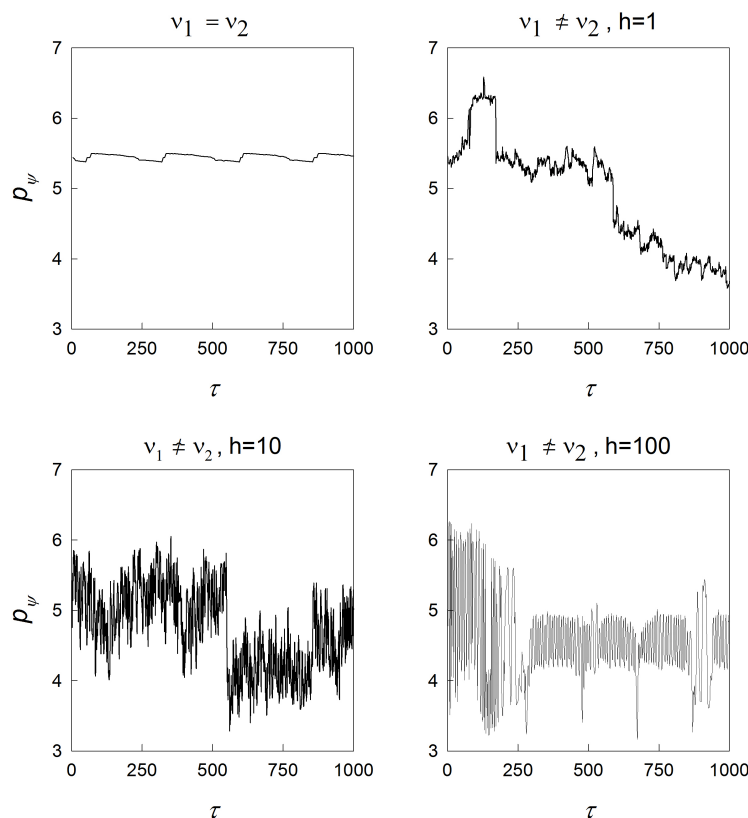
می‌شوند که به آن پخش آرنولد می‌گویند [۹]. در این موقعیت، جزایر ثانویه شکل می‌گیرد و در هر مقیاس طولی پدیده پخش رخ می‌دهد. هرچه مقادیر ν بیشتر شود برهم‌نهی جزایر نیز افزایش می‌یابد. برای مقادیر $h \geq 100$ این ساختارها کاملاً بهم می‌ریزد، ضخامت لایه‌های آشوبی بیشتر می‌شود و بنابراین ذرات کم انرژی می‌توانند در این نواحی انرژی دریافت کنند و گرم شوند.



شکل ۲. سطح مقطع پوانکاره مسیر حرکت ذره برای زاویه مایل انتشار موج $k_{||} \neq 0$. نمودارها به ازای ۲۱ مقدار اولیه و ۶۰۰ تکرار رسم شده‌اند.

برای توصیف جابه‌جایی ذره، تغییرات اندازه حرکت ذره بر حسب زمان نرمالیزه شده $t\Omega = \tau$ به ازای مقادیر $\nu_1 = 24/43$ ، $\nu_2 = 25/43$ ، $\psi_1 = 0.06\pi$ ، $\psi_2 = \pi$ و $p_{\psi_0} = 5/4$ در شکل ۳ نشان داده شده است. در حالت یک موج حرکت یون‌ها کاملاً هم‌نوا است و انرژی دریافت نمی‌کنند. در حضور دو موج، ذرات می‌توانند از نواحی کم انرژی به نواحی آشوبی پرانرژی حرکت کنند. در اختلال ضعیف، یون‌ها رفتار آشوبی ندارند و به صورت یکنواخت انرژی دریافت می‌کنند. در اختلال شدید، وقتی یون‌های سرگردان در نواحی آشوبی به دام جزایر می‌افتند مدت زمانی در آن گیر می‌افتند و پس از مدتی سرانجام آزادانه پخش می‌شوند تا دوباره به مسیر پریودیک دیگری نزدیک شوند و در جزیره آن گیر بیفتند. مدت زمان حضور ذره در نواحی آشوبی اتفاقی است. در اختلال قوی، سیستم به صورت زمانی-دوره‌ای، مدوله^{۱۱} می‌شود و در نتیجه‌ی افزایش پهنای خطوط رزنانس، سرعت پخش ذرات افزایش می‌یابد.

¹¹ time-periodic modulation



شکل ۳. نمودار $p_{ip} \approx \rho$ بر حسب زمان نرمالیزه شده τ برای یون‌ها در حضور امواج الکترواستاتیک.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، معادلات حرکت رزنانسی ذرات باردار در برهمکنش با امواج الکترواستاتیک در حضور میدان مغناطیسی متغیر غیریکنواخت با استفاده از تابع هامیلتونی و روش کروسکال به دست آمدند. نمودارهای حاصل از حل عددی معادلات دو بعدی حرکت یون‌ها در فضای فاز حرکت دورانی، ساختارهای جزیره‌ای و آشوبی نشان دادند. به ویژه در اختلالات شدید، ذره رفتار غیرعادی دارد و بین حالت به دام افتادن در جزایر رزنانسی و پخش آشوبی در فضای فاز در نوسان است. این رفتار باعث ناپایداری انرژی در سیستمهای غیرخطی در اثر نیروهای دوره‌ای بیرونی می‌شود. این حرکات اتفاقی در مبحث گرمایش کرونای خورشید، بادهای خورشیدی در طول فعالیتهای دوره‌ای خورشید، گرمایش مستقیم یونها توسط امواج پرتوان در آزمایش‌های گداخت هسته‌ای، و دینامیک برهمکنش لیزر با ماده اهمیت می‌یابد.

مراجع

- [1] T. Harko and G. Mocanu, Electromagnetic radiation of charged particles in stochastic motion, *Eur. Phys. J. C*, **76** (2016) 1–20.
- [2] S. Rüdiger, Stochastic models of intracellular calcium signals, *Phys. Rep.*, **534** (2014) 39–87.
- [3] R. J. Dumont and D. Zazoso, Heating and current drive by ion cyclotron waves in the activated phase of ITER, *Nucl. Fusion*, **53** (2013).

- [4] Y. Narita and et al., Wave-particle resonance condition test for ion-kinetic waves in the solar wind, *Ann. Geophys.*, **34** (2016) 393-398.
- [5] M. Nishiura and et al., Ion cyclotron resonance heating system in the RT-1 magnetospheric plasma, *Nucl. Fusion*, **57** (2017).
- [6] A. J. Lichtenberg and M. A. Lieberman, *Applied Mathematical Sciences*, textbf38, Springer-Verlag, New York, 1983.
- [7] A. Greco, S. Perri, S. Servidio, E. Yordanova and P. Veltri, The complex structure of magnetic field discontinuities in the turbulent solar wind, *The Astrophysical Journal Letters*, **823** (2016) 1-5.
- [8] G. Arfken, *Mathematical methods for physicists*, Academic Press, Orlando, 1985.
- [9] V. I. Arnold, *Mathematical methods of classical mechanics*, Springer-Verlag, New York, 1989.

نورا نصیری مفخم

پژوهشکده چرخه سوخت، پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای، امیرآباد شمالی، تهران، ایران.

nnasiri@aeoi.org.ir

نورا نصیری مفخم عضو هیأت علمی پژوهشگاه علوم و فنون هسته ای و دانش آموخته کارشناسی و کارشناسی ارشد فیزیک از دانشگاه صنعتی اصفهان و دکتری فیزیک از دانشگاه اصفهان است. زمینه های پژوهشی وی، فیزیک پلاسما، دینامیک غیر خطی، آشوب، برهمکنش موج با محیط های پیچیده نظیر پلاسما، پلاسمای کوانتومی، و مگنتوهیدرودینامیک است.



Kruskal's perturbation method for stochastic ion resonance in a magnetized medium driven by electrostatic wave packet

Nora Nassiri-Mofakham

Abstract: Nonlinear differential equations and mathematical methods for solving them have many applications to study the dynamics of the nonlinear systems. One of the nonlinear systems in physics is plasma, where more than 99% of the universe is in this state, from neutron stars to lightning. In a plasma, wave-particle interaction occurs frequently, which causes random resonance of charged particles and consequently nonlinear behavior of particles in the medium. In this paper, the theoretical model and mathematical-analytical method are presented to investigate the behavior of the magnetized medium perturbed by electrostatic wave packet, heating and turbulence of the medium. The results show that in the strong perturbation due to the wave packet, the transport of ion resembles anomalous behaviour, altering between diffusive and trapped motion. The results of this study provide a model to describe wave-particle interaction in the medium driven by periodic forces under non-uniform time varying magnetic field, such as solar winds during solar activity.

Keywords: non-canonical perturbation, wave interaction, adiabatic invariant, chaotic behavior.

Nora Nassiri-Mofakham

Fuel Cycle Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, Tehran, Iran.

Email: nnasiri@aeoi.org.ir

Communicated by Afshin Parvardeh.

Article Type: research Paper.

Received: 16/04/2022, Accepted: 26/07/2022.