

دنباله فیوناتچی و علوم زیستی

طیبه کوچک‌پور* و آزاده نیرومند

چکیده. در این مقاله سعی بر یاد آوری این نکته داریم که هیچ دانشی بدون ریاضیات امکان پذیر نیست. ریاضیات علم نظر و پایه تفکر آدمی است و موضوع آن، یافتن، توصیف و درک نظم است که در وضعیت‌های ظاهراً پیچیده و بی‌نظم نهفته است. نظریه‌های انتزاعی ریاضی بستگی مستقیمی با طبیعت دارند و می‌توانند برای تفسیر آن به کار روند. در این خصوص نوربرت وینر جمله زیبایی دارد: "به نظر می‌رسد که می‌توان از بام تا شام به تماشای ناز و کرشمه‌های عجیب و غریب آب نشست ولی آنچه در میان این همه زیبایی مرا به طرف خود می‌کشید، ریاضیات و فیزیک بود و آن قانون مندی‌های ریاضی، که همه این توده بی‌نظم و ناآرام آب را هدایت می‌کند" [۱۸]. در این مقاله با مروری بر هندسه فرکتال، دنباله فیوناتچی، تقارن و کاربرد آنها در علوم زیستی نظمی را توصیف می‌کنیم که در وضعیت‌های ظاهراً پیچیده بیولوژی نهفته است.

۱. مقدمه

در این بخش مقاله تلاش کرده‌ایم خلاصه‌ای از هندسه فرکتال، دنباله فیوناتچی و تقارن در رابطه با علوم زیستی و ارتباط آنها را با هم بیان کنیم.

۱.۱. هندسه فرکتال. هندسه کلاسیک شامل شکل‌های منظم مانند مثلث، مربع و مستطیل است که توسط فیثاغورس و ... پایه‌گذاری شده‌اند و در مصنوعات ساخته شده توسط بشر که دارای شکل منظمی هستند قابل استفاده می‌باشند. این هندسه در توصیف، سنجش و پیش بینی شکل‌های ناهموار و غیرخطی طبیعت ناتوان است. در قرن نوزدهم ریاضی‌دانان با پدیده‌های نادری مانند مجموعه‌ی کانتور، تابع وایرستراس^۱ منحنی صفحه پرکن پئانو و ... روبرو شدند که آنها را وادار به بازنگری بعضی از مفاهیم کرد. این موجودات چیزی جز فرکتال‌ها نبودند که در ابتدای قرن بیستم بررسی آنها به بسط و تعمیم نظریه‌ی هندسی مجموعه‌هایی با بعد صحیح و کسری منجر گردید. کلمه‌ی فرکتال را اولین بار مندل برایت در سال ۱۹۷۵ به کار برده است. اساس هندسه فرکتال پایه‌ای برای پی‌بردن به پیچیدگی در طبیعت است. برای توصیف اشکالی از هندسه فراکتالی استفاده می‌شود که دارای دو ویژگی خود تشابهی^۲ و ابعاد غیر صحیح^۳ می‌باشد. منظور از خود تشابهی این است که فرکتال دارای یک الگوی پایه می‌باشد که تا بی‌نهایت تکرار می‌شود. مثال‌هایی از این الگوی تکراری

عبارات و کلمات کلیدی: دنباله فیوناتچی، تقارن، علوم زیستی، هندسه‌ی کلاسیک، نسبت طلایی، هندسه‌ی فرکتال.
دبیرتخصصی رابط: علیرضا عبدالهی

نوع مقاله: مروری

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۴/۰۳

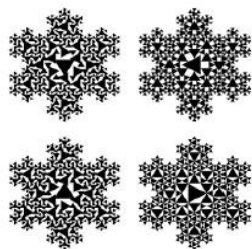
* نویسنده مسئول

<https://doi.org/10.22108/MSCI.2022.132547.1494>

^۱weierstrass ^۲self-similarity ^۳non integer dimension

در مقیاس‌های خیلی کوچک (میکروسکوپی) و بزرگ (ماکروسکوپی) در همه نمونه‌های طبیعت از گل آذین آفتابگردان، قله‌های پوشیده از برف در کوه‌های هیمالیا گرفته تا استخوان‌های بدن انسان مشاهده می‌شود. یکی از کاربردهای فرکتال‌ها در رمز کردن تصاویر و فشرده‌سازی اطلاعات است. با کمک کامپیوتر می‌توان تصاویر زیبایی از اشیای واقع در طبیعت مانند سرخس‌ها، درخت‌ها، ابرها، کوه‌ها و غیره تولید کرد. با ترکیب چند فرکتال مناظر و تصاویر زیبایی پدید می‌آید و تا هر درجه از دقت، تقریب بهتری می‌توان به دست آورد. مثال دیگری از فرکتال‌ها برف‌دانه کخ می‌باشد که نمونه‌ای از خمی پیوسته است که با خودش تلاقی نداشته و در هر جزء آن نمایی از خودش وجود دارد، به عبارت دیگر هر قسمت آن با خودش مشابه است [۱۶].

یک نمونه‌ی جالب دیگر از فرکتال‌ها خط سیر به کلی بی‌نظم ذره‌ها است که در اثر حرکت براونی به وجود می‌آید و آدمی را به یاد توابع پیوسته‌ای می‌اندازد که در هیچ نقطه‌ای در دامنه‌ی خود مشتق پذیر نیستند. خودتشابهی مرتبط با هندسه فرکتال که در نمونه‌های طبیعت دیده شده‌اند، این سوال را پیش روی ما قرار می‌دهد که چنین پدیده‌هایی به طور تصادفی اتفاق می‌افتد یا از یک نظم مشخص تابعیت می‌کند.



شکل ۱. انواع اشکال فرکتال در طبیعت

۲.۱. دنباله فیبوناچی. در شرایطی که هنوز یک معادله مشخص برای پدیده‌های طبیعت کشف نشده است، دنباله فیبوناچی و قوانین نسبت طلایی نقطه شروعی برای پیدا کردن روشی است که می‌تواند بعضی از پدیده‌های طبیعت را توصیف کند.

در کتابی که فیبوناچی در سال ۱۲۰۲ با عنوان محاسبات منتشر کرد، مسئله زاد و ولدهای یک زوج خرگوش مطرح شده است که پایه و اساس تعریف دنباله فیبوناچی است. در قرن نوزدهم مجدداً، دنباله‌های فیبوناچی توسط ادوارد و لوکا کشف شد که این اعداد را به بنیان‌گذار اصلی آن نسبت داد. دنباله توسط رابطه بازگشتی

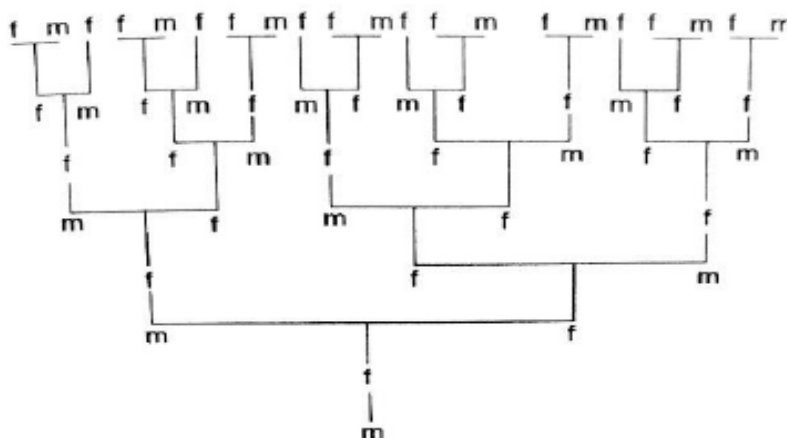
$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

مشخص می‌شود که از یک یا صفر شروع شود و به ترتیب به نام دنباله‌ی فیبوناتچی و لوکا معروف هستند. چند جمله اول این دنباله‌ها به ترتیب عبارتند از:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots$$

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 13, 21, 34, 55, \dots$$

یک مثال دیگر توصیف ژن‌شناسی زنبورها بر حسب اعداد فیبوناتچی است [۱۸]. به این ترتیب که زنبور نر یا زنبور بی‌کار از تخم‌های بارور نشده سر در می‌آورند. تخم‌های بارور فقط زنبورهای ماده را به وجود می‌آورند. آنها یا کارگر می‌شوند یا ملکه، بنابراین شجره‌ی خانواده یک زنبور تنها را می‌توان مانند شکل ۲ رسم کرد. تعداد زنبورهای نر و تعداد زنبورهای ماده و همچنین تعداد کل زنبورها در جدول ۱ درج شده است. رابطه بازگشتی که برای تعداد زوج خرگوش‌ها استخراج شد تا زمانی که مانند خرگوش‌ها فرض کنیم زنبورها فنا ناپذیرند نیز به کار برده می‌شود.



شکل ۲. ژن‌شناسی زنبورهای مذکر (بی‌کار)، m = نر، f = ماده

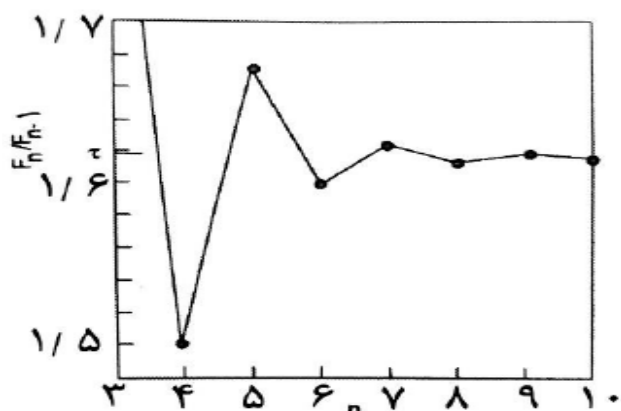
جدول ۱. ژن‌شناسی، زنبورهای مذکر (بی‌کار)

مجموع n	ماده m	نر n	نسل
۱	۰	۱	۱
۱	۱	۰	۲
۲	۱	۱	۳
۳	۲	۱	۴
۵	۳	۲	۵
۸	۵	۳	۶
۱۳	۸	۵	۷
۲۱	۱۳	۸	۸
۳۴	۲۱	۱۳	۹
۵۵	۳۴	۲۱	۱۰

بین مقادیر مختلف اعداد فیبوناتچی روابط متفاوتی مورد نظر قرار می‌گیرد یکی از این روابط نسبت

$$\frac{F_{n+1}}{F_n}$$

است که با افزایش n به نسبت طلایی میل می‌کند که با حرف یونانی τ نشان داده می‌شود.



شکل ۳. نسبت اعداد فیبوناتچی $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ ، به عنوان تابعی از n همگرایی آن را به نسبت طلایی نشان می‌دهد.

جدول ۲. نسبت دو عدد فیبوناتچی متوالی

n	F_n	$\frac{F_n}{F_{n-1}}$
۱	۰	-
۲	۱	-
۳	۱	۱/۰۰۰۰۰
۴	۲	۲/۰۰۰۰۰
۵	۳	۱/۵۰۰۰۰
۶	۵	۱/۶۶۶۶۷
۷	۸	۱/۶۰۰۰۰
۸	۱۳	۱/۶۲۵۰۰
۹	۲۱	۱/۶۱۵۳۹
۱۰	۳۴	۱/۶۱۹۰۵
۱۱	۵۵	۱/۶۱۷۶۸
۱۲	۸۹	۱/۶۱۸۱۸
۱۳	۱۳۳	۱/۶۱۷۹۸
۱۴	۲۳۳	۱/۶۱۸۰۶
۱۵	۳۳۷	۱/۶۱۸۰۳
۱۶	۶۱۰	۱/۶۱۸۰۴

نسبت طلایی نقش به سزائی در ابعاد بسیاری از شکل‌های هندسی، در صفحه و فضا دارد. ساده‌ترین نمودار τ در هندسه، در شکل‌های مسطح است. اینجاست که وابستگی به تقارن پنج محوری آشکار می‌شود. یک شکل منظم شکلی است که تمام اضلاع آن برابر و زاویه‌های داخلی آن نیز برابر و کمتر از ۱۸۰° درجه باشد. در حالت کلی یک n -ضلعی منتظم دارای n زاویه داخلی که اندازه هر زاویه آن با برابری

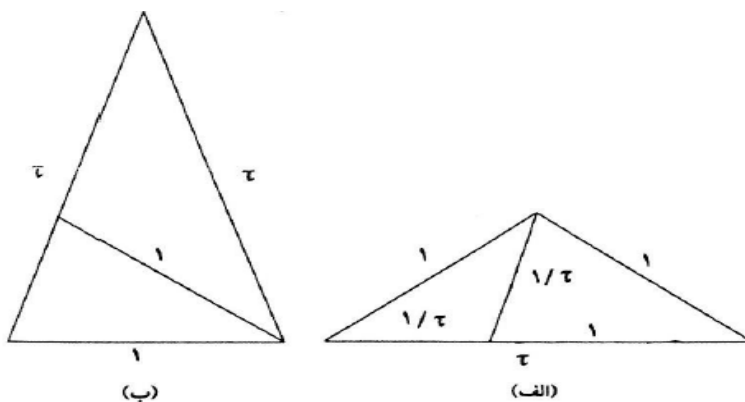
$$\alpha = \left[1 - \frac{2}{n} \right] 180^\circ$$

به دست می‌آید. برای مثال زاویه‌های داخلی پنج ضلعی منتظم ۱۰۸° درجه هستند و یک تقارن پنج محوری را به نمایش می‌گذارد هرگاه طول ضلع پنج ضلعی برابر یک باشد، قطر آن برابر τ است. این پنج ضلعی را می‌توان به سه مثلث با دو قطر که دارای راس مشترک هستند، تقسیم کرد. دو عدد از این مثلث‌ها دارای یک زاویه منفرجه و طول‌های $1, \tau, 1$ و دیگری با زاویه حاده و طول‌های $\tau, 1, \tau$ می‌باشند. این مثلث‌ها را به ترتیب مثلث‌های شاخص و طلایی می‌نامند.

ریاضی‌دانان و فیلسوفان دوران باستان به علت وابستگی پنج ضلعی به جنبه‌های گوناگون، هنر، معماری و مذهب به این مسئله علاقه‌مند بودند. خواص یکتای شاخص و مثلث طلایی نشان می‌دهد هر کدام از آنها را می‌توان به دو مثلث کوچک‌تر تقسیم کرد که یکی از آنها مثلث شاخص و دیگری مثلث طلایی است. این مشخصه نتیجه مستقیم این واقعیت است که نسبت طلایی در رابطه‌ی

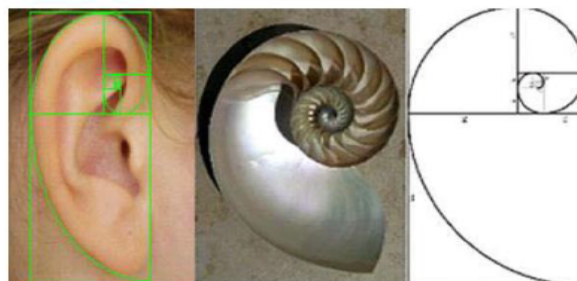
$$\frac{1}{\tau} = \tau - 1$$

صدق می‌کند. فرایند نصف کردن که می‌توان آن را فرایند تورم نیز نامید (زیرا تعداد مثلث‌ها زیاد می‌شود) به طور نامحدود قابل بسط است. مثلث‌های شاخص و مثلث‌های طلایی را به مثلث‌های شاخص و طلایی کوچک‌تر تقسیم می‌کند. در فرایندی مشابه که می‌توان آن را فرایند تهی سازی نامید، یک مثلث طلایی و یا شاخص را به مثلث طلایی یا شاخص بزرگ‌تر تبدیل می‌کند، در می‌یابیم که تورم، یک شاخص طلایی را به یک شاخص طلایی کوچک‌تر با عامل τ در ابعاد خطی و با عامل τ^2 در وجه مساحتی کاهش می‌دهد. رابطه متشابه برای تورم مثلث طلایی نیز وجود دارد. زاویه‌هایی که پنج ضلعی منتظم و مثلث‌های شاخص و طلایی را در بر دارند همگی مضرب $36^\circ = \frac{36^\circ}{1^\circ}$ هستند. از آنجا که ابعاد خطی مثلث‌هایی که این زاویه‌ها را در بردارند، به نسبت طلایی مرتبط هستند، بدیهی است که توابع مثلثاتی زاویه‌های مرتبط با 36° درجه نیز باید به نسبت طلایی مرتبط باشند.

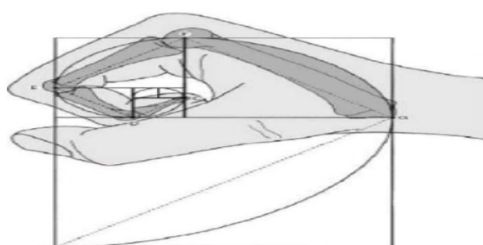


شکل ۴. (الف) شاخص طلایی و (ب) مثلث طلایی، تقسیم به دو شاخص و مثلث طلایی کوچک‌تر نشان داده شده است.

یکی دیگر از شکل‌های مسطح که به نسبت طلایی وابستگی دقیقی دارد مستطیل طلایی است. این مستطیل دارای اضلاعی هست که نسبت آنها برابر τ است. این مستطیل طلایی را می‌توان به یک مربع و یک مستطیل طلایی دیگر تقسیم کرد. این تورم اعداد خطی مستطیل را با عامل τ^2 و مساحت آنرا از طریق عامل τ^2 کاهش می‌دهد. با اتصال رأس‌های این سلسله از مستطیل‌های طلایی به کمک خم‌های مناسب مارپیچی بدست خواهد آمد که به محل تلاقی قطرهای مستطیل‌های طلایی همگرا خواهد بود. این مارپیچ را مارپیچ طلایی می‌نامند. در طبیعت مارپیچ گوش انسان، صدف و مشت دست انسان به‌طور تقریبی به این مارپیچ طلایی مشابهت دارد.



شکل ۵. مارپیچ طلایی در طبیعت



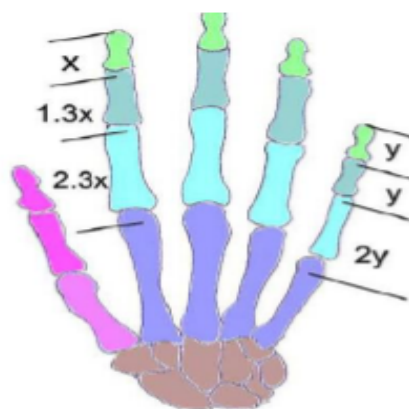
شکل ۶. دستان انسان روی مستطیل طلایی قرار دارد، با تقریب مارپیچ طلایی

۲. آناتومی انسان و اعداد فیبوناچی

در بدن انسان مثال‌هایی از دنباله فیبوناچی (نسبت‌های طلایی) موجود است، ولی تا کنون در مورد این مطلب زیاد بحث نشده است. دکتر ویلیام^۴ مطرح کرد که با مشت کردن دست، مارپیچ فیبوناچی شکل می‌گیرد. هندسه این شکل را می‌توان برپایه نسبت طول بندهای انگشتان و بر اساس ماهیچه‌های بازکننده و جمع‌کننده انگشتان (شست و نشانه) تخمین زد [۵].

اما به سبب فقدان آمار و داده‌های مستند تجربی، معرفی حلزون طلایی با درجه‌ی خوبی از اطمینان قابل احراز نبوده است. در سال ۱۹۹۸، کوپتا^۵ تایید نمود که حرکت بندهای انگشتان بر الگویی تقریبی عدد طلایی دلالت می‌کند [۴].

⁴William ⁵Gupta



شکل ۷. انگشتان دست انسان و نسبت طلایی

۱.۲. **علم لبخند و زیبا شناختی.** نسبت قانون طلایی در تعریف آناتومی زیبایی نیز مطرح شده است. در حالت کلی، زیبایی صورت با تقارن آناتومیکی در ارتباط است. یکی از طرح‌های اصلی صورت انسان، دهان و دندان می‌باشد. دندان پزشکی کوشیده است تا پارامترهای لبخند زیباشناختی را از دریچه کمی توصیف کند. در سال ۱۹۷۳، لمباردی^۶ اولین کسی بود که به طور رسمی تناسب بین دندان‌ها را مطرح کرد اما ایده نقش قانون طلایی را در ایجاد چنین تناسبی رد کرد. در سال ۱۹۸۲، در ارتباط با نظم دندان‌ها و لبخند زیبا تحقیقات گسترده‌ای توسط ریکتس^۷ انجام شد و از نسبت طلایی برای معالجه بیمارانش استفاده کرد [۱۲]. در حالی مشاهدات لوین^۸ در مورد نسبت طلایی در دندان پزشکی غیرقابل انکار است اما اخیراً مورد تردید قرار گرفته و غالباً رد می‌شود [۶]. علت احتمالی این امر این است که ایده زیبایی خود یک اصطلاح ذهنی است و به طور ثابت قابل تعریف شدن نیست. در اصل تنوع زیستی، زیبایی را تشکیل می‌دهد در حالی که نسبت طلایی تناسب و تقارن در طراحی معماری را در طبیعت برجسته می‌کند.

۲.۲. **رگ‌های خونی و آوندهای گیاهان.** اگرچه رگ‌های خونی بدن انسان و آوندهای گیاهان ساختار فیزیولوژی متفاوتی دارند ولی عملکرد پایه‌ای و ظاهر بصری شباهت‌هایی دارند. اساس ساختار شبکه آوندی تقریباً مشابه اشکالی است که توسط هندسه فرکتال به وجود می‌آید. خواص ریاضی این ساختارها توسط خود تشابهی در هندسه فرکتال خلق می‌شود. به این معنا که کل تصویر نتیجه چندین نسخه کوچک‌تر است که دارای همان خصوصیات آماری در مقیاس مختلف اندازه‌گیری است.

میچسون^۹ در سال ۱۹۷۷ نشان داد که آرایش قرار گرفتن برگ روی ساقه از الگوی فیبوناچی پیروی می‌کند. اشرفیان نیز بیان کرد، تعداد انشعابات که از رگ‌های قلب خارج می‌شود نیز دارای همین الگو است، همچنین مطالعات وی نشان داد که ضایعات تصلب شرایین در عروق کرونر از توزیع دنباله فیبوناچی پیروی می‌کند.

^۶Lombardi ^۷Ricketts ^۸Levin ^۹Michishon



شکل ۸. مقایسه بین درختان، رگ‌های خونی قلب و تصویر فراکتال

یکتین و همکارانش در ۲۰۱۳ نشان دادند که نسبت طلایی در چرخه ضربان قلب انسان نیز وجود دارد [۱۵].

۳.۲. ژنوم انسان، فیبوناچی و فرکتال‌ها. این احتمال که الگوی ساختاری *DNA* یک فرکتال باشد اولین بار به وسیله مندل‌بوت^{۱۰} در ۱۹۸۲ مطرح شد.

در اوایل ۱۹۹۰ برپایه نظریه‌اش، ثابت شد که ژنوم انسان شامل رفتار فرکتال، دنباله‌های فیبوناچی و نسبت طلایی است [۹، ۱۱].

در ۱۹۹۱ پرز عنوان کرد که سکانس نواحی کدکننده ژنوم قویاً مرتبط با نسبت طلایی، فیبوناچی و اعداد صحیح دارد [۱۰]. این نظریه توسط کارپرز^{۱۱}، یاماگیشی^{۱۲} و همکارانش تقویت شد. آنها دریافتند ساختارهای دنباله فیبوناچی در کل ژنوم انسان دیده می‌شود [۱۴].

در یک توضیح ساده در این تحقیق، با وجود اینکه پرز تنها یک رشته ژن را مورد ارزیابی قرار داده ولی آنرا تمام و کمال آنالیز نموده است و آن یک رشته را به همه‌ی ژن‌ها تعمیم داده است. همان‌طور که در سال ۲۰۱۰ توسط پرز خاطر نشان شده است عدد تجمعی ۶۴ کدون ژنتیکی از خواندن سه کدون متفاوت به‌دست آمد، سپس آنالیز ۲۴ کروموزوم انسانی، با استفاده از یک متد واحد اجرا گردید و حاصل آنها، بر پایه خواندن سه کدون‌ها و ۲۴ کروموزوم جمع‌بندی شدند. ۶۴ کدون جمعیتی بر اساس کدهای ژنتیکی آن‌طوری که در جدول ۳ دیده می‌شود منظم شده‌اند. سپس بر اساس شش تقسیم دوتایی یک منحنی اژدها جدا شد. یک نمودار اژدهایی نموداری با الگوی خود تشابهی است که داری شکست‌هایی است که در شکل ۹ نشان داده شده است. در مفهوم یک نمودار اژدهایی با تا کردن یک تکه کاغذ به‌صورت نوارهای بلند و باریک می‌تواند ایجاد شود. آنگاه همان‌طور که تای نوارها را باز می‌کنیم قسمت‌های مجاور چرخانیده شده و زوایای قائمی شکل می‌گیرد [۱، ۱۹]. مدل‌سازی کامپیوتر از این مفهوم در شکل ۹ نشان داده شده است [۱۰].

¹⁰Mandelbot ¹¹Perez ¹²Yamagishi

جدول ۳. جمعیت ۶۴ کدون کل ژنوم انسان جهت خوانش فریم‌های ۳ کدونی از DNA

SECOND NUCLEOTIDE						
NUCLEOTIDE FIRST		<i>T</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>G</i>	
	<i>T</i>	<i>TTT</i> ۱۰۹۵۹۱۳۴۲ ۲,۴۶۶۷	<i>TCT</i> ۶۲۹۶۴۹۶۴ ۱,۴۱۷۲	<i>TAT</i> ۵۸۷۱۸۱۸۲ ۱,۳۲۱۶	<i>TGT</i> ۵۷۴۶۸۱۷۷ ۱,۲۹۳۵	<i>T</i>
		<i>TTC</i> ۵۶۱۲۰۶۲۳ ۱,۲۶۳۲	<i>TCC</i> ۴۳۸۵۰۰۴۲ ۰,۹۸۷۰	<i>TAC</i> ۳۲۲۷۲۰۰۹ ۰,۷۲۶۴	<i>TGC</i> ۴۰۹۴۹۸۸۳ ۰,۹۲۱۷	<i>C</i>
		<i>TTA</i> ۵۹۲۶۳۴۰۸ ۱,۲۳۳۹	<i>TCA</i> ۵۵۶۹۷۵۲۹ ۱,۲۵۳۶	<i>TAA</i> ۵۹۱۶۷۸۸۳ ۱,۳۳۱۸	<i>TGA</i> ۵۵۷۰۹۲۲۲ ۱,۲۵۳۹	<i>A</i>
		<i>TTG</i> ۵۴۰۰۴۱۱۶ ۱,۲۱۳۳	<i>TCG</i> ۶۲۶۳۳۸۶ ۰,۱۴۱۰	<i>TAG</i> ۳۶۷۱۸۴۳۴ ۰,۸۲۶۵	<i>TGG</i> ۵۲۴۵۳۳۶۹ ۱,۱۸۰۶	<i>G</i>
	<i>C</i>	<i>TTG</i> ۵۴۰۰۴۱۱۶ ۱,۲۷۹۱	<i>TCG</i> ۶۲۶۳۳۸۶ ۱,۱۳۶۵	<i>CAT</i> ۵۲۲۳۶۷۴۳ ۱,۱۷۵۸	<i>CGT</i> ۷۱۳۷۷۶۴۴ ۰,۱۶۰۷	<i>T</i>
		<i>CTC</i> ۴۷۸۳۸۹۵۹ ۱,۰۷۶۸	<i>CCC</i> ۳۷۲۹۰۸۷۳ ۰,۸۳۹۳	<i>CAC</i> ۴۲۶۳۴۶۱۷ ۰,۹۵۹۶	<i>CGC</i> ۶۷۳۷۷۷۲۴ ۰,۱۵۱۷	<i>C</i>
		<i>CTA</i> ۳۶۶۷۱۸۱۲ ۰,۸۲۵۴	<i>CCA</i> ۵۲۳۵۲۵۰۷ ۱,۱۷۸۴	<i>CAA</i> ۵۳۷۷۶۶۰۸ ۱,۲۱۰۴	<i>CGA</i> ۶۲۵۱۶۱۱ ۰,۱۴۰۷	<i>A</i>
		<i>CTG</i> ۵۷۵۹۸۲۱۵ ۱,۲۹۶۴	<i>CCG</i> ۷۸۱۵۶۱۹ ۱,۱۷۵۹	<i>CAG</i> ۵۷۵۴۴۳۶۷ ۱,۲۹۵۲	<i>CGG</i> ۷۸۱۵۶۷۷ ۰,۱۷۵۹	<i>G</i>
	<i>A</i>	<i>ATT</i> ۷۱۰۰۱۷۴۶ ۱,۵۹۸۱	<i>ACT</i> ۴۵۷۳۱۹۲۷ ۱,۰۲۹۳	<i>AAT</i> ۷۰۸۸۰۶۱۰ ۱,۵۹۵۴	<i>AGT</i> ۷۸۱۵۶۷۷ ۰,۰۳۰۷	<i>T</i>
		<i>ATC</i> ۳۷۹۵۲۳۷۶ ۰,۸۵۴۲	<i>ACC</i> ۳۳۰۲۴۳۲۳ ۰,۷۴۳۳	<i>AAC</i> ۴۱۳۸۰۸۳۱ ۰,۹۳۱۴	<i>AGC</i> ۳۹۷۲۴۸۱۳ ۰,۸۹۴۱	<i>C</i>
		<i>ATA</i> ۵۸۶۴۹۰۶۰ ۱,۳۲۰۱	<i>ACA</i> ۵۷۲۳۴۵۶۵ ۰,۷۴۳۳	<i>AAA</i> ۱۰۹۱۴۳۶۴۱ ۲,۴۵۶۶	<i>AGA</i> ۶۲۸۳۷۲۹۴ ۱,۴۱۴۴	<i>A</i>
		<i>ATG</i> ۵۲۲۲۲۹۵۷ ۱,۱۷۵۴	<i>ACG</i> ۷۱۱۷۵۳۵ ۰,۱۶۰۲	<i>AAG</i> ۵۶۷۰۱۷۲۷ ۱,۲۷۶۳	<i>AGG</i> ۵۰۴۳۰۲۲۰ ۱,۱۳۵۱	<i>G</i>
	<i>G</i>	<i>GTT</i> ۴۱۵۵۷۷۶۷۱ ۰,۹۳۵۴	<i>GCT</i> ۳۹۷۴۶۳۴۸ ۰,۸۹۴۶	<i>GAT</i> ۳۷۹۹۰۵۹۳ ۰,۸۵۵۱	<i>GGT</i> ۳۳۰۷۱۶۵۰ ۰,۷۴۴۴	<i>T</i>
		<i>GTC</i> ۲۶۸۶۶۲۱۶ ۰,۶۰۴۷	<i>GCC</i> ۳۳۷۸۸۲۶۷ ۰,۷۶۰۵	<i>GAC</i> ۲۶۸۲۰۸۹۸ ۰,۶۰۳۷	<i>GCC</i> ۳۳۷۷۴۰۹۹ ۰,۷۶۰۲	<i>C</i>
		<i>GTA</i> ۳۲۲۹۲۲۳۵ ۰,۷۲۶۸	<i>GCA</i> ۴۰۹۰۷۷۳۰ ۰,۹۲۰۸	<i>GAA</i> ۵۶۰۱۸۶۴۵ ۱,۲۶۰۹	<i>GGA</i> ۴۳۸۵۳۵۸۴ ۰,۹۸۷۱	<i>A</i>
		<i>GTG</i> ۴۲۷۵۵۳۶۴ ۰,۹۶۲۳	<i>GCG</i> ۶۷۴۴۱۱۲ ۰,۱۵۱۸	<i>GAG</i> ۴۷۸۲۱۸۱۸ ۱,۰۷۶۴	<i>GGG</i> ۳۷۳۳۳۹۴۲ ۰,۸۲۰۳	<i>G</i>
NUCLEOTIDE THIRD						



شکل ۹. منحنی دراگون پس از هفت برابر شدن

پرز در سال ۲۰۰۹ در ادامه مطالعه‌ی خود جمعیت کدون‌های بیست گونه مانند یوکاریوت‌ها، باکتری‌ها و ویروس‌ها را تجزیه تحلیل نمود. نتایج نشان داد که سه پارامتر $(\varphi, 2, 1)$ جمعیت کدون‌ها را در ژنوم‌هایشان با دقت ۹۹ درصد و اغلب با ۹۹/۹۹۹ درصد مشخص نموده است. برای ژنوم‌های انسان و شمپانزه، فرکانس‌های کدون‌ها ۹۹/۹۹۹ وابسته است [۱۰]. این گستردگی وقوع سری‌های فیبوناتچی φ را نه تنها در ژنوم انسان‌ها بلکه سایر گونه‌ها نیز نشان می‌دهد.

۳. گیاه‌شناسی، جانورشناسی، تقارن، دنباله فیبوناتچی و هندسه فرکتال

به دلیل اینکه تحقیقات بیشتری برای کشف نقش فیزیولوژیکی زیست شناسی لازم می‌باشد. فهم نقش کاربردی مفاهیم ممکن است کلیدی برای پیشرفت‌های کوانتومی در زمینه‌های مختلف مانند هوش مصنوعی، مهندسی پزشکی و ... باشد.

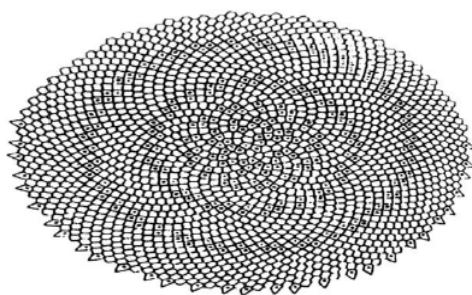
نسبت طلایی در بسیاری از دستگاه‌های زیستی نقش آفرینی می‌کند. این نقش که به شکل‌های گوناگون جلوه گر شده است می‌تواند به خواص ریاضی نسبت طلایی ارتباط پیدا کند. در ادامه دو حالت ویژه را مطرح خواهیم کرد.

۱- مارپیچ‌های رشد فیبوناچی

۲- مشخصات تقارنی

در رابطه با مارپیچ‌های رشد فیبوناچی گل آفتاب‌گردان که یکی از موضوعات مورد علاقه زیست شناسانی هست که در زمینه ریاضی کار می‌کنند را بررسی می‌کنیم. این گل بزرگ یکی از مشخص‌ترین و زیباترین نمونه‌های قوانین مخفی ریاضیات در طبیعت است، برای مثال دنباله فیبوناچی که هر ردیف در آن مجموع دو ردیف قبل است که در بسیاری از میوه‌ها از آناناس تا مخروط کاج دیده شده است.

گل آفتابگردان یک مثال شناخته شده در چنین موردی است. یک الگوی مارپیچ شامل مارپیچ‌های ساعت‌گرد و پادساعت‌گرد، دنباله اعداد فیبوناچی هستند و به اندازه کلی گل و یک دانه ویژه بستگی دارند. در اندازه متوسط نسبت پیچ‌های ساعت‌گرد به پیچ‌های پادساعت‌گرد می‌تواند ۸۹/۵۵ باشد. حال اینکه این نسبت در یک گل آفتاب‌گردان بزرگتر می‌تواند ۱۴۴/۸۹ باشد. در بعضی از حالت‌ها نسبت ۱۲۳/۷۶ نیز مشاهده شده است که اشاره بر گل آفتاب‌گردان لوکا دارد. این مشاهدات دلالت بر زاویه رشدی دارد که به τ یا دست کم به تقریب گویایی از آن بستگی دارد. مقدار دقیق زاویه رویش چگونه ساختار گل را مشخص می‌کند. این مسئله را ریود (۱۹۸۴) و دیگران مطالعه کرده‌اند. الگوی رویش دانه‌های یک گل آفتابگردان را که با استفاده از زاویه $\frac{2\pi}{\tau}$ به وجود آمده و توسط رایانه شبیه‌سازی شده است، نشان می‌دهد. این نمونه با تعیین موقعیت زاویه‌ای دانه‌ها $\frac{2\pi}{\tau_n}$ (برای n های صحیح) و موقعیت شعاعی، بر پایه شعاع‌های قبلی تولید شده است.



شکل ۱۰. نمونه یک گل آفتابگردان

شاید شگفت آورترین رشد مارپیچ مرتبط با نسبت طلایی در شاخه نرم‌تنان، در حفره‌ی نوعی از حلزون‌ها (ناتیلوس^{۱۳} پومپیلوس) دیده شده است. این نوع حلزون در رده شکم‌پایان (گاستروپود^{۱۴}) قرار دارد. یک صدف متشکل از تعدادی حفره است. همان‌طور که جانور رشد می‌کند، حفره‌های بزرگتر را به شکل مارپیچ می‌سازد و حفره‌های کوچک‌تر بدون استفاده را می‌پوشاند. نسبت حجم حفره‌های متوالی به نسبت طلایی مرتبط است. به‌طور کلی ملاحظه شده است این کمیت به رویش اندام‌های زیستی مرتبط است. زیرا پایه دنباله‌ای است که در ماهیت هم حسابی و هم هندسی است.

۱.۳. تقارن در علوم زیستی. بیشتر سیستم‌های بیولوژیک دارای نمودی از تقارن هستند. تقارن با استفاده از نظریه گروه‌ها رسمیت پیدا می‌کند. این نظریه نه تنها به تقارن هندسی سیستم بلکه در تقارن دینامیکی آنها نیز به کار گرفته می‌شود. ایده‌ی اصلی تقارن دینامیکی و نظریه دوشاخگی در گونه‌زایی، جنبش جانوری^{۱۵} و قشر بینایی^{۱۶} و شکل پوشش پروتئینی ویروس در ارتباط است.

در علوم ریاضی تقارن با استفاده از نظریه گروه‌ها مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. گروه مجموعه‌ای از تبدیلات است که شکل و ساختار اصلی را ثابت نگه می‌دارد. در این چیدمان یک شیء یا سیستم نه تنها شامل یک تقارن بلکه ممکن است دارای تقارن‌های متفاوت باشد که نظریه گروه‌ها تعامل بین آنها را مشخص می‌کند. تقارن‌های یک شیء یا سیستم تاثیر عمیقی روی شکل، عملکرد و رفتار آن دارد. برای مثال شبکه بودن ساختمان اتم کریستال بر این دلالت دارد که تنها دوران‌های کریستال از مرتبه‌ی ۲۳۴ یا ۶ است و نمی‌تواند از مرتبه ۵ یا هر عددی بزرگتر ۶ باشد. این مطلب غالباً به عنوان «تحدید بلور نگارانه» مورد مراجعه قرار می‌گیرد [۱۸].

در علوم فیزیک تقارن‌ها اغلب دقیقاً نزدیک به مدل استاندارد شده‌ی آنها هستند ولی در علوم زیستی تقارن دقیق به ندرت اتفاق می‌افتد. لایه‌های بیرونی ویروس‌های بیست وجهی با درجه بالایی از دقت متقارن هستند زیرا شکل آنها توسط نیروهای بین مولکولی مشخص می‌شود، اما حتی در آنجا درون ویروس از تقارن پوشش پروتئینی خود برخوردار نیست. در اغلب سیستم‌های بیولوژیکی در بهترین شرایط تقارن‌ها تقریبی هستند، لذا استفاده آنها در مدل‌ها نوعی مطلوب‌گرایی است. برای مثال در مدل‌های ریاضی شبکه‌ی نورن‌ها، معمول است نورن‌های یک نوع به‌خصوص را یکسان به حساب می‌آورند. هنگامی که مشخصه‌ها مدل‌سازی می‌شوند تشابه حقیقی بین موجودات یک گونه همسان تعبیر می‌شود. این نوع مطلوب‌نمایی‌ها از آن جهت مفید هستند که آنالیزهای ریاضی را سهولت می‌دهند. زیرا سیستم‌های دارای تقارن تقریبی به‌طور معمول به مدل‌های ایده‌آل شده‌ی متقارن شباهت بیشتری دارند تا مدل‌های غیرمتقارن.

روش‌های تقارن با استفاده‌ی صریح از نظریه‌ی گروه‌ها می‌تواند به‌عنوان ابزاری از روش‌های سیستماتیک برای تجزیه تحلیل کردن شکل‌گیری الگوها در نظر گرفته شوند. در چیدمان بیولوژیک جایی که کم و بیش الگوهای منظم مدنظر هستند نظریه تقارن‌ها مناسب‌ترین گزینه است.

۲.۳. گیاهان. دستگاه‌های زیستی، انواع متنوعی از مشخصات تقارنی را به‌نمایش می‌گذارند. در بیشتر موارد، به‌علت اینکه رشد اندام‌های زیستی کامل نیست، چنین تقارنی با تقارن تقریبی همراه است و به همین دلیل گاهی از آن با تقارن فیزیکی یاد می‌شود. بعضی از دستگاه‌ها تقارن پنج محوری را در صفحه و برخی بیست وجهی را در فضا نمایش می‌دهد. این دستگاه‌ها دارای ترکیبی از ابعاد هستند که با نسبت طلایی ارتباط پیدا می‌کند. در این بخش از مقاله مثال‌هایی از تقارن‌های چند گیاه را بیان می‌کنیم.

^{۱۵} جانوران با روش‌هایی چون راه رفتن، دویدن، شنا کردن، پریدن، پرواز کردن در هوا، چرخ زدن، لیز خوردن غریزی جابه‌جا می‌شوند.

^{۱۶} حس گرهای که فقط به سیگنال‌های دیداری عکس‌العمل نشان می‌دهند.

در بین گیاهان عالی، گیاهان گلدار آشکارترین تقارن پنج محوری را نمایان می‌کنند، گیاهان گل‌دار به دو رده تک‌لپه‌ای‌ها و دولپه‌ای‌ها تقسیم می‌شوند. تک‌لپه‌ای‌ها دارای تقارن سه، شش یا دوماحوری هستند. گلبرگ و دولپه‌ای‌ها دارای تقارن چهار یا پنج محوری است. تقارن پنج محوری بر حسب شکل گلبرگ، می‌تواند دورانی یا اینکه همزمان دورانی و انعکاسی باشد. در برخی از سبزیجات، در برش عرضی تقارن‌ها ۹۰، ۱۲۰، ۱۸۰، ۳۶۰ می‌باشند. تقارن در خیار ۹۰، گونه‌ای از گوجه ۱۸۰، در کاهو ۱۲۰، در کلم و بادنجان ۷۲، در گوجه زرد ۶۰ و در سیر و کدو تنبل ۳۶۰ می‌باشد. در سلسله جانوران عمومی‌ترین تقارن، تقارن پنج محوری در خارپوستان موجود است. رده لاله- و شان از این شاخه که بیشتر آنها از بین رفته و تنها از طریق سنگواره خود شناخته می‌شوند. اکثر اندام‌های این رده دارای تقارن پنج محوری و در برخی موارد تقارن ده محوری را به نمایش می‌گذارند. در رده ستاره دریایی از این شاخه، تقارن پنج محوری دارد. همچنین در پوشه پاریک ویروس تقارن بیست وجهی را می‌توان مشاهده کرد [۱۹].

۴. نتیجه

در کشف منشاء حیات به واسطه‌ی ریاضیات، رویداد نسبت طلایی، دنباله‌های فیبوناچی و سری‌های لوکاس در بسیاری از جنبه‌های زندگی در سطح کره زمین و در عالم گیتی مشاهده شده است. از آنجایی که شناسایی به‌طور گسترده در زمینه‌های غیرزیستی مانند معماری و هنر انجام شده، به‌خوبی در بیولوژی انسان بررسی نشده است. اخیراً کارهایی در جهت بررسی پدیده‌ها در سطوح مختلف و سیستم‌های آناتومی و فیزیولوژی انسان از ارتوپدی، دندانپزشکی، مارپیچ گوش انسان و سیستم قلبی عروقی تا ژنوم انسان مستند شده است.

۵. تشکر و قدردانی

از جناب آقای پروفیسور کرم‌زاده که در تنظیم این مقاله راهنمای ما بودند نهایت سپاس را داریم.

مراجع

- [1] A. Chang and T. Zhang, The fractal geometry of the boundary of the dragon curves, *Journal of recreational mathematics*, **30** (2000) 9–22.
- [2] A. J. Crilly, R. A. Earnshaw and H. Jones, *Fractals and Chaos*, Fractals and chaos, Springer, New York, 1991 1–4.
- [3] M. Golubitsky and I. Stewart, Symmetry methods in mathematical biology, *São Paulo J. Math. Sci.*, **9** (2015) 1–36.
- [4] A. Gupta, G. S. Rash, N. N. Somia, M. P. Wachowiak, J. Jones and A. Desoky, The motion path of the digits, *J. Hand Surg. Am.*, **23** (1998) 1038–1042.
- [5] R. Hamilton and R. A. Dunsmuir, Radiographic assessment of the relative lengths of the bones of the fingers of the human hand, *J. Hand. Surg.*, **27** (2002) 546–548.
- [6] E. Levin, Dental esthetics and the golden proportion, *J. Prosthet Dent.*, **40** (1978) 244–252.
- [7] J. W. Littler, On the adaptability of man's hand (with reference to the equiangular curve), *Hand*, **5** (1973) 187–191.
- [8] R. E. Lombardi, The principles of visual perception and their clinical application to denture esthetics, *J. Prosthet Dent.*, **29** (1973) 358–382.
- [9] J. C. Perez, Codon populations in single-stranded whole human genome DNA are fractal and fine-tuned by the Golden Ratio 1.618, *Interdiscip. Sci. Comput. Life. Sci.*, **2** (2010) 228–240.

- [10] J. C. Perez, Chaos, DNA, and Neuro-computers: a golden link: the hidden language of genes, global language and order in the human genome, *Specul. Sci. Technol.*, **14** (1991) 336–346.
- [11] D. Persaud and J. P. O’Leary, Fibonacci series, golden proportions, and the human biology, *Austin J. Surg.*, **2** (2015).
- [12] R. M. Ricketts, The biologic significance of the divine proportion and Fibonacci series, *Am. J. Orthod.*, **81** (1982) 351–370.
- [13] N. Rivier, R. Ocelli, J. pantalonni and A. Lissowski, structure of benard convection cells, phyllotaxis and crystallography in cylindrical symmetry, *J. physique*, **45** (1984) 49–63.
- [14] M. E. B. Yamagishi and A. I. Shimabukuro, Nucleotide frequencies in human genome and fibonacci numbers, *Bull. Math. Biol.*, **70** (2008) 643–653.
- [15] G. Yetkin, N. Sivri, K. Yalta and E. Yetkin, Golden Ratio is beating in our heart, *Int. J. Cardiol.*, **168** (2013) 4926–4927.

- [۱۶] م. رضایی، هندسه فرکتال، نشر ریاضی، شماره ۵ (۱۳۷۲) ۳۳–۴۲.
- [۱۷] ن. وینر، مترجم: پ. شهریار، من ریاضیدانم، چاپخانه صنوبر، ۱۳۶۴.
- [۱۸] ا. لاله، گروه‌ها و تقارن، نشر دانش امروز (وابسته به موسسه انتشارات امیرکبیر)، ۱۳۷۱.
- [۱۹] م. معتمدی، نسبت طلایی و اعداد فیبوناتچی، انتشارات خانه ریاضیات اصفهان، ۱۳۸۵.

طیبه کوچک پور

گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران
Koochakpoor.T@pnu.ac.ir

طیبه کوچک پور متولد فروردین سال ۱۳۴۰ در شهر دزفول است. وی در سال ۱۳۶۳ وارد مقطع کارشناسی رشته ریاضی دانشگاه شهید چمران اهواز شد و در سال ۱۳۶۸ وارد مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی محض دانشگاه تهران شد. وی مقطع دکتری را در سال ۱۳۸۷ آغاز کرد.



آزاده نیرومند

گروه زیست شناسی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران
a_niroomand@pnu.ac.ir

آزاده نیرومند متولد فروردین سال ۱۳۵۸ است. در سال ۱۳۷۶ وارد مقطع کارشناسی رشته زیست شناسی دانشگاه شهید بهشتی شد و در سال ۱۳۸۰ مقطع کارشناسی ارشد را در همان رشته در دانشگاه پیام نور آغاز کرد. وی مقطع دکتری را در سال ۱۳۹۰ آغاز کرد.



Fibonacci sequence and biological sciences

Tayebeh Koochakpoor* and Azadeh Niroomand

Abstract: In this article we try to remind the reader that no knowledge is possible without mathematics. Mathematics is the science of thought and the basis of human thought and it is about finding, describing and understanding the order that lies in seemingly complex and chaotic situations. Abstract mathematical theories are directly related to nature and can be used to interpret it. In this regard, Norbert Wiener has a beautiful saying: “It seems that one can sit from the morning to evening watching the cute and strange creams of water but in the midst of all this beauty, I was drawn to mathematics and physics and those mathematical laws, which govern all these disordered masses of water” [18]. In this paper, with a review of fractal geometry, the Fibonacci sequence, symmetry, we describe their application in the regular biological sciences which lies in the seemingly complex situations of biology.

Keywords: Fibonacci sequence, symmetry, biological sciences, classical geometry, golden ratio, fractal geometry.

Tayebeh Koochakpoor

Department of Mathematics, Payam Noor University, Tehran, Iran.

Email: Koochakpoor.T@pnu.ac.ir

Azadeh Niroomand

Department of Biology, Payam Noor University, Tehran, Iran.

Email: a_niroomand@pnu.ac.ir

Communicated by Alireza Abdollahi.

Article Type: Review Paper.

Received: 10/02/2022, Accepted: 24/06/2022.

* Corresponding author