

چگونه نظریه بازیها به بهبود زندگی کمک می‌کند؟ درآمدی بر نظریه جورسازی پایدار و کاربردهای آن

محمدجواد رضائی*، علی نصیری اقدم، مهدی موحدی بکنظر و آرمان رضایتی

چکیده. اعطای مشترک جایزه یادبود نوبل اقتصاد در ۲۰۱۲ میلادی به یک ریاضیدان و یک اقتصاددان، بیانگر اقبال به نظریه و مدل‌های جورسازی بود. نظریه جورسازی و مجموعه مطالعاتی که عنوان طراحی بازار را به خود اختصاص داده‌اند، بیش از هر چیز متکی بر نظریه بازیها است. هدف مقاله نیز طرح بخشی از تلاش‌های مشترک ریاضیدانان، اقتصاددانان و متخصصان تحقیق در عملیات در راستای شناساندن، عمومی و کاربردی نمودن مدل‌های ریاضی و نظریه بازیها است. بر همین اساس این مقاله به ارائه چارچوب نظریه جورسازی، تبیین نظری ساز و کارهای تخصیصی و تشریح رویکرد میان رشته‌ای در این حوزه و نیز شیوه بهره‌گیری از آن در برخی مسائل واقعی زندگی می‌پردازد.

۱. مقدمه

جورسازی (به هم رسانی یا جفت یابی)^۱ بخشی از مطالعات علم اقتصاد است که با سؤال «چه کسی چه چیزی به دست آورد؟» سروکار دارد؛ آن هم در موقعیت‌هایی که با تخصیص کالاهای محدود و غیرقابل تقسیم مواجهه هستیم. پرسش‌هایی چون «کدام کلیه اهدایی به کدام بیمار متقاضی کلیه، پیوند داده شود؟»، «کدام اتاق در اقامتگاه دانشگاه به کدام دانشجو اختصاص یابد؟»، «کدام دانش آموز در کدام مدرسه پذیرفته شود؟» یا «کدام پزشک فارغ التحصیل در کدام بیمارستان استخدام شود؟» از این قبیل هستند. به طور ساده این حوزه از مطالعات اقتصادی که سابقه چندانی در ادبیات اقتصادی نیز ندارد، حاصل تلفیق تلاش‌های نظری برخی ریاضیدانان و کاربردی سازی برخی اقتصاددانان بوده است. گرچه به نظر می‌آید مجموعه مطالعات جورسازی در حوزه‌های مختلفی چون نظریه بازیها، تحقیق در عملیات، اقتصاد خرد و علوم رایانه پراکنده بوده و به همین خاطر مورد توجه طیف وسیعی از پژوهشگران یکی از این حوزه‌ها قرار نگرفته است، اما شاید بتوان از اعطاء جایزه یادبود نوبل اقتصاد در سال ۲۰۱۲ میلادی به راث^۲ و شپلی^۳ به واسطه نوآوری‌هایشان در نظریه تخصیص‌های پایدار و کاربردی نمودن طراحی بازار، به عنوان آغازی بر اقبال نظاممند به موضوع جورسازی نگریست.

هدف نخست این مقاله، فراهم آوردی بستی برای مفاهیم مشترک میان پژوهشگران حوزه‌های پیش گفته به منظور آشنایی با رویکرد موجود در نظریه و کاربرد جورسازی است. پیش نیاز بهره‌گیری از تلاش‌های نظری پژوهشگران علاقمند به نظریه بازیها در درک و حل مسائل واقعی، آشنایی ایشان با اقداماتی است که امثال راث صورت داده‌اند. هدف دیگر و به نوعی ضرورت این مطالعه به بهره‌گیری از تلاش‌های نظری صورت گرفته در عرصه نظریه بازیها [و البته سایر حوزه‌ها]

عبارات و کلمات کلیدی. جورسازی، نظریه بازیها، طراحی بازار، تخصیص منابع، پایداری.

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۰۵/۰۴ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۲/۰۳

^۱ Matching ^۲ Alvin E. Roth ^۳ Lloyd S. Shapley

در حل مشکلات واقعی برمی‌گردد. بر اساس اهداف ذکر شده، بخش دوم مقاله به تشریح چارچوب نظری پرداخته و در بخش‌های سوم و چهارم دو عرصه مهم از کاربردی نمودن تلاش‌های نظری در حوزه نظریه بازیها و اقتصاد پرداخته می‌شود.^۴

۲. کلیات و چارچوب نظری

به طور ساده بازار محل تلاقی انگیزه‌های عوامل مختلفی به منظور عرضه و تقاضاست. از این منظر بسیاری از تعاملات میان افراد، قابل تحلیل در چارچوب مبادلات بازاری است. گرچه به طور سنتی مهمترین حوزه در تحلیل و درک عملکرد رفتار عوامل اقتصادی مباحث تصمیم‌گیری است، اما به واسطه وجود برخی مشکلات در رویکردهای معمول تصمیم‌گیری (رویکردهای مبتنی بر بهینه‌سازی^۵) نظریه بازیها توسط فون نویمان^۶ و مورگنشرن^۷ ظهور یافت [۱]. ایده ابتکاری و نیز ارجحیت اساسی نظریه بازیها در فراهم آوردن چارچوبی به منظور تحلیل تقابل^۸ و رفتارهای استراتژیک عوامل اقتصادی (بازیکنان) است. بر همین اساس منطقاً دلالت‌های مطالعات ریاضیدانان و اقتصاددانانی که در حوزه نظریه بازیها دست به پژوهش می‌زنند، حوزه وسیعی از تعاملات عوامل اقتصادی را در برمی‌گیرد. آنچه در این مجال بر آن تکیه می‌شود مربوط به بازارهای جورساز^۹ است که به شدت وامدار این تلاشهای نظری است.^{۱۰}

به طور کلی، انواع جورسازی‌ها قابل تقسیم به دو گونه عمومی هستند. در برخی از انواع جورسازی، یک سمت بازار با بازیکنانی تشکیل می‌دهند که نسبت به اهدافی در سمت مقابل از ترجیحاتی [نسبت به تصاحب آنها] برخوردارند. پرسش‌های «کدام کلیه‌ای به کدام بیمار متقاضی کلیه، پیوند داده شود؟» و «کدام اتاق در اقامتگاه دانشگاه به کدام دانشجو اختصاص یابد؟» از این نوع هستند. اصطلاحاً از چنین وضعیتی به جورسازی‌های یکطرفه^{۱۱} یاد می‌شود. در مقابل، مسأله‌ای از نوع «کدام پزشک فارغ التحصیل در کدام بیمارستان استخدام شود؟» را در نظر بگیرید؛ در این گونه از جورسازی‌ها، طرفین بازار (هم پزشکان و هم بیمارستان‌ها) نسبت به سمت مقابل از ترجیحاتی برخوردارند که انتظار دارند در فرآیند جورسازی به آنها توجه شود. چنین گمارش^{۱۲} هایی که در فرآیند دست‌یابی به تخصیص نهایی، باید ترجیحات طرفین نسبت به همدیگر مدنظر قرار گیرد، جورسازی‌های دو طرفه^{۱۳} نامیده می‌شود.

نکته اساسی در مسائل جورسازی، ارائه سازوکار^{۱۴} یا الگوریتمی است که نتایج^{۱۵} مطلوب را ارائه کند. دو ویژگی نامطلوب که بسیاری از انواع جورسازی‌های در دنیای واقعی با آن سروکار داشته و البته مورد تأکید پیش‌گامان حوزه جورسازی و طراحی بازار است، (۱) بروز رفتار استراتژیک از جانب بازیکنان و (۲) عدم پایداری جورسازی حاصل از سازوکار است. در ادامه به طرح این دو مشخصه نامطلوب فوق و درنظر گرفتن آنها در طراحی سازوکارهای جورسازی خواهیم پرداخت.

۱.۲. رفتار استراتژیک و عدم پایداری جورسازی.

پرسش جورسازی «کدام دانش آموز در کدام مدرسه پذیرفته شود؟» را در نظر بگیرید. حال در همین قالب فرض کنید که چهار دانش آموز «الف»، «ب»، «ج» و «د» تقاضای ادامه تحصیل در چهار مدرسه A, B, C, D را دارند. فرض کنید که ترجیحات واقعی دانش آموزان نسبت به طرف مقابل (مدارس موجود) براساس جدول ۱ باشد؛ در این نمایش ترتیب ترجیح از بالا به پایین است. بر این اساس دانش آموز (فرد) ب، مدرسه (جایگاه) B را به C و آن را به D ترجیح می‌دهد؛ در حالی که (فرد) ج مدرسه B را به D, D را به

^۴ فرض بر آن است که مخاطبان محترم با مفاهیم اساسی نظریه بازیها و اقتصاد خرد همچون استراتژی غالب (Dominant Strategy)، بهیگی پرتو (Pareto Optimality)، سازگاری با انگیزه (Incentive Compatibility) و تعادل نش (Nash Equilibrium) آشنایی دارند.

^{۱۰} البته جورسازی، در بعد نظری اشتراکاتی با برخی حوزه‌های خاص در ریاضیات نیز دارد. مباحث مربوط به نظریه جورسازی با تمرکز بر مباحث گراف از مهمترین نمونه‌های این قرابت است [به عنوان یک نمونه قابل توجه ۲]؛ هم‌اکنون نیز در شاخه ترکیبیات در ریاضیات پژوهش‌های فعالی در این زمینه صورت می‌گیرد. البته این مباحث مربوطه در علم اقتصاد چندان مورد توجه قرار نگرفته و خاستگاه پژوهش‌های مورد نظر در این مقاله به گونه‌ای بوده است که بیش از تمرکز بر نظریه گراف، بر نظریه بازیها تأکید شده است.

^۵ Optimization ^۶ John Von Neumann ^۷ Oskar Morgenstern ^۸ Conflict ^۹ Matching Markets ^{۱۱} One-Sided Matching

^{۱۲} Assignment ^{۱۳} Two-Sided Matching ^{۱۴} Mechanism ^{۱۵} Outcomes

A و A را به C ترجیح می‌دهد. همچنین در این مثال فرضی، هر مدرسه برخوردار از یک صندلی (موقعیت) به منظور پذیرش است. رتبه بندی مدارس از دانش آموزان فوق الذکر نیز براساس جدول ۲ است [بنابراین این جورسازی از نوع دو طرفه است].

جدول ۱: ترتیب ترجیحات واقعی افراد نسبت به مدارس چهارگانه			
فرد د	فرد ج	فرد ب	فرد الف
B	B	B	A
A	D	C	B
C	A	D	C
D	C	A	D

جدول ۲: ترتیب ترجیحات مدارس نسبت به دانش آموزان			
D	C	B	A
الف	ب	الف	د
ج	الف	ج	الف
ب	ج	ب	ب
د	د	د	ج

فرض می‌کنیم که فرآیند جورسازی در این مسأله از الگوریتم ۱ پیروی می‌کند؛ الگوریتمی که به طور معمول به ذهن هر فردی می‌رسد.

الگوریتم ۱: شیوه معمول پذیرش (پذیرش فوری) در مسأله «کدام دانش آموز، کدام مدرسه»
مرحله ۰- دانش آموزان و مدارس ترجیحاتشان را به طور مخفیانه به مرکز تصمیم‌گیری (گمارنده) اعلام می‌کنند. مرحله ۱- هر دانش آموز به اولین انتخابش می‌رسد، هر مدرسه نیز در صورت تقاضای بیش از یک مورد، براساس ترجیحاتش بین تقاضاهای وارده، یک صندلی به فرد برگزیده از منظر خودش اختصاص می‌دهد. تقاضاهای باقیمانده رد می‌شود. مرحله k- هر دانش آموز که تقاضایش در مرحله قبل رد شده، به انتخاب موجود (خالی) بعدی‌اش مرتبط می‌گردد، مدارس دارای صندلی خالی همچون مراحل قبل به تقاضا [یا تقاضاهای] رسیده ترتیب اثر می‌دهند. هنگامی که هیچ صندلی خالی باقی نماند، الگوریتم به اتمام می‌رسد.

براساس الگوریتم پیش گفته و نیز جداول ۱ و ۲، اجرایی نمودن سازوکار مربوطه، جورسازی زیر را نتیجه می‌دهد:

(د، د)، (ب، C)، (ج، B) و (الف، A)

با کمی دقت در نتیجه حاصله، درمی‌یابیم که دانش آموز «د» می‌تواند از این پیامد ناراضی به نظر آید. چرا که وی با گزینه چهارم از فهرست ترجیحاتش متناظر شده است.

در چنین مواقعی، اصطلاحاً عنوان می‌شود که فرد «د» انگیزه دارد به طور استراتژیک عمل کرده و فهرستی برخلاف ترجیحات واقعی خود به مرجع اجراکننده الگوریتم اعلام کند. مانع مورد بحث در این بازار جورساز همین جا ظهور می‌کند: عدم آشکارسازی ترجیحات واقعی. بر همین اساس فرض کنید که ترتیب ترجیحات اعلامی توسط دانش آموز «د» براساس جدول ۳ باشد.

جدول ۳: ترتیب ترجیحات واقعی افراد به جز فرد «د» نسبت به مدارس چهارگانه (ترجیحات θ)

فرد د	فرد ج	فرد ب	فرد الف
$\frac{A}{B}$	B	B	A
$\frac{B}{C}$	D	C	B
$\frac{C}{D}$	A	D	C
$\frac{D}{A}$	C	A	D

چنین تغییری در ترجیحات اعلامی توسط دانش آموز «د»، موجب ارائه جورسازی خاصی توسط الگوریتم شده که منجر به پذیرش وی در مدرسه A می شود [مدرسه ای که در اولویت دوم از ترتیب اولویت های وی قرار دارد!]. علاوه بر این دانش آموز «د» می تواند با ارائه فهرست نادرست دیگری از ترجیحات خود (مجموعه ترجیحات اعلامی ارائه شده در جدول ۴) باز در مدرسه ای مناسب تری از D پذیرفته شود. مقایسه این نتایج نیز در جدول ۵ نمایش داده شده است.

جدول ۴: ترتیب ترجیحات واقعی افراد به جز فرد «د» نسبت به مدارس چهارگانه (ترجیحات σ)

فرد د	فرد ج	فرد ب	فرد الف
$\frac{C}{B}$	B	B	A
$\frac{B}{A}$	D	C	B
$\frac{A}{D}$	A	D	C
$\frac{D}{C}$	C	A	D

براساس نتایج مشخص شده در جدول ۵، می توان اهمیت امن^{۱۶} نمودن محیط بازی برای بازیکنان به منظور آشکارسازی قابل اعتماد اطلاعاتشان را درک نمود. بنابراین اگر در محیط مبادله، طرف یا طرفین بازار انگیزه داشته باشند که برای رسیدن به اهداف خود رفتار استراتژیک بروز دهند، جورسازی نهایی از موفقیت چندانی برخوردار نخواهد بود؛ کما اینکه اگر سازوکار مبتنی بر الگوریتم ۱ در این مثال اجرایی شود، امکان بروز چنین رفتاری وجود داشته و اصطلاحاً این سازوکار از ویژگی Strategy-Proof برخوردار نیست.^{۱۷}

جدول ۵: مقایسه نتایج حاصل از اعلام نادرست ترجیحات توسط فرد «د» با فرض الگوریتم پذیرش فوری

جایگاه تعیین شده برای فرد «د» براساس شیوه پذیرش فوری	ترجیحات اعلامی به مرکز تصفیه
D (اولویت چهارم واقعی)	λ (واقعی)
A (اولویت دوم واقعی)	θ
C (اولویت سوم واقعی)	σ

پس از تشریح مشکل نخست، حال به ویژگی ناپایداری یک سازوکار یا الگوریتم جورساز می پردازیم. حالت جورسازی دوطرفه ای را در نظر خواهیم گرفت که با عنوان مدل های زوج یابی معروف شده است. مسأله زوج یابی^{۱۸} اولین بار توسط گیل^{۱۹} و شیلی^{۲۰} [۳] مورد توجه قرار گرفت. آنها در مقاله کوتاه خود در یک مجله غیر اقتصادی (The American Mathematical Monthly) و البته بدون استفاده از یک نمودار یا فرمول [حتی در اثبات قضایای مطرحه در آن] اهمیت پایداری در جورسازی را مطرح و همچنین سعی نمودند ساز و کاری به منظور جورسازی مطلوب در چنین مسائلی را ارائه کنند.^{۲۱}

^{۱۷} مطرح شدن رفتار استراتژیک در این مرحله، به نوعی گشودن دریچه ورود نظریه بازیها در تحلیل انتخاب های بازیکنان است.

^{۱۹} دیوید گیل، ریاضیدان و اقتصاددان آمریکایی در سال ۱۹۲۱ تولد یافت. وی دوره کارشناسی و تحصیلات تکمیلی خود را به ترتیب در ۱۹۴۳ و ۱۹۴۷ به پایان رساند و در ۱۹۴۹ نیز از دانشگاه پرینستون در مقطع دکتری فارغ التحصیل شد. وی از سال ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۵ در بخش ریاضی دانشگاه براون مشغول به فعالیت بوده و پس از آن تا زمان فوتش در سال ۲۰۰۸، استاد دانشکده اقتصاد دانشگاه کالیفرنیا برکلی بود. حوزه فعالیت های وی شامل پژوهش در حوزه اقتصاد، برنامه ریزی ریاضی، نظریه بازیها و تحقیق در عملیات بوده است.

^{۲۰} شاید بتوان دو مقاله منتشره در ۱۹۵۳ و ۱۹۶۲ توسط شیلی را اوج نوآوری های وی دانست. مقاله نخست در حوزه نظریه بازیها بوده که راجع به نحوه تسهیم عایدی در بازیهای همکارانه به ارائه راهکاری مبتنی بر چند اصل موضوعه پرداخته است. «ارزش شیلی» و «شاخص شیلی-شویک» برآمده از مطالعات همین حوزه می باشد. مقاله دوم [مورد بحث در اینجا] نیز به همراه گیل و در حوزه جورسازی نگاشته شده که به نوعی آنرا می توان تلاش آغازین در عرصه صورت بندی چنین مسائلی دانست.

^{۲۱} جالب آن است که براساس اعلان همین مجله انجمن ریاضی آمریکا، در سه سال اخیر، این مقاله از نظر ارجاعات رتبه دوم در میان مقالات مجله را به خود اختصاص داده است [۴].

در این گونه از مسائل جورسازی، فرض بر وجود تعداد مساوی مرد و زن بوده و هدف نهایی نیز دست یابی به زوج‌های به هم رسانده شده است. بر همین اساس در این مدل دو مجموعه مجزا از مردان $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ و زنان $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ که دارای ترجیحات کامل^{۲۲} و متعدی^{۲۳} نسبت به افراد مجموعه مقابل هستند، تعریف می‌شوند (روابط ارجحیت افراد کامل و متعدی است). ترجیحات مربوطه نیز در قالب فهرست‌های ترتیبی ارائه می‌شوند. یک فرض افزودنی در این شرایط قابل تصور است: فرض می‌کنیم که در فهرست رتبه بندی افراد از اشخاص سمت مقابل، در نقطه‌ای شخص ترجیح می‌دهد که با هیچ فردی از افراد باقیمانده جفت نشود. به عنوان نمونه فرض کنید که فهرست ترجیحی فردی چون m_i به این شکل باشد

$$P(m_i) = w_2, w_1, \dots, m_i, w_4, \dots$$

در این نمایش فرد m_i جفت شدن با w_2 را به جفت شدن با w_1 ترجیح می‌دهد [به دیگر بیان $w_2 \succ_{m_i} w_1$] و به همین ترتیب سیر ترجیحات وی ادامه می‌یابد؛ اما در نقطه‌ای m_i ترجیح می‌دهد که با افراد باقیمانده در سمت دیگر [هم چون w_4] جفت نشود. به اشخاص طرف مقابل که در فهرست مزبور پس از m_i قرار دارند، افراد غیرقابل پذیرش^{۲۴} برای m_i گویند.

نتیجه این بازی را می‌توان جورسازی $\mu: M \cup W \rightarrow M \cup W$ تعریف نمود به گونه‌ای که اگر $w = \mu(m)$ تنها اگر $\mu(w) = m$. در این صورت بندی برای همه w_i و m_i ها، $\mu(m)$ درون مجموعه W و یا $\mu(m) = m$ یا اینکه $\mu(w)$ درون مجموعه M و یا $w = \mu(w)$ خواهد بود. یک جورسازی توسط فرد k قفل^{۲۵} می‌شود اگر k جفت نشدن را به جفت شدن با $\mu(k)$ ترجیح دهد؛ به دیگر بیان $\mu(k) \succ_k k$. دیگر مفهوم مهم در فرآیند جورسازی، قفل شدن یک جورسازی توسط یک جفت از بازیکنان (عوامل) است: جورسازی μ توسط زوج (m_i, w_i) قفل می‌شود اگر هر دوی آنها زوج شدن با یکدیگر را به زوج شدن با جفت معرفی شده از جانب یک تابع جورسازی μ ترجیح دهند؛ به عبارت دیگر $m_i \succ_{w_i} \mu(w_i)$ و $w_i \succ_{m_i} \mu(m_i)$ [مشروط به آنکه $m_i \neq \mu(w_i)$ و $w_i \neq \mu(m_i)$].

براساس این مفروضات، جورسازی μ پایدار^{۲۶} است اگر آن جورسازی توسط (۱) هر فرد^{۲۷} یا (۲) جفتی از بازیکنان^{۲۸} قفل نشود. بنابراین عدم پایداری یک جورسازی، انگیزه خروج افراد از بازار و انجام دادن مبادله غیررسمی را فراهم آورده و از اینرو مشخصه‌ای نامطلوب در جورسازی تلقی می‌شود.

۲.۲. جورسازی دو طرفه و الگوریتم DA. در مقاله پیش گفته از گیل و شپلی، به منظور مواجهه با مشکل عدم پایداری سازوکار، [با یک تفاوت هوشمندانه نسبت به الگوریتم‌های متداول جورسازی (همچون الگوریتم ۱)] آنچه که بعدها الگوریتم جورسازی پذیرش معوق^{۲۹} [DA] نامیده شد، پیشنهاد گردید (الگوریتم ۲).

²² Complete ²³ Transitive ²⁴ Unacceptable ²⁵ Block ²⁶ Stable ²⁷ Blocked by an Individual k ²⁸ Blocked by a Pair of Agents

²⁹ Deferred Acceptance Algorithm

الگوریتم ۲: الگوریتم جورسازی پذیرش معوق (DA) با فرض پیشنهاددهندگی از جانب مردان

مرحله ۱- الف) هر مرد به زن مورد ترجیحش پیشنهاد می‌شود.
 ب) هر زن، یک نفر را به عنوان زوج مرجع خود از میان افراد پیشنهاد شده «به طور موقتی» انتخاب کرده و بقیه درخواست‌ها را رد می‌کند.

مرحله ۲- الف) هر مردی که پیشنهادش در مرحله $k-1$ رد شده است، به مرجع‌ترین زن از میان زن‌هایی که در مراحل پیشین وی را رد نکرده است، معرفی می‌شود.
 ب) هر زن، فرد مرجع خود از میان مردهای پیشنهادی را «به طور موقتی» انتخاب کرده و مابقی را رد می‌کند. این انتخاب صرفاً شامل افرادی که در مرحله k ام به وی معرفی می‌شوند، نیست. در این مرحله این اجازه وجود دارد که از میان «فرد یا افراد پیشنهاد شده در این مرحله» و «افراد موقتی انتخاب شده در مراحل پیشین»، دست به انتخاب زده شود.

این الگوریتم تا آنجا تداوم می‌یابد که هیچ مردی پیشنهاد نشود. پس از آن تمام انتخاب‌های موقتی تبدیل به زوج‌های قطعی می‌شوند.

این الگوریتم، به شکل متمرکز و با در دست داشتن رتبه بندی طرفین بازار (مردان و زنان) نسبت به یکدیگر قابل اعمال است. فقط کافیت فرض شود که پیش از شروع مراحل الگوریتم، ترجیحات تک تک افراد نسبت به افراد یا اهداف سمت دیگر در اختیار مرکز تصفیه^{۳۰} (تسهیل کننده مبادله) قرار داشته باشد.^{۳۱}

براساس مفروضات بیان شده در مسأله زوج یابی پیش گفته و اجازه برخورداری طرفین از اعلام گزینه‌های غیرقابل پذیرش، تغییری در الگوریتم پیش گفته از DA به وجود می‌آید. اگر هم فرض کنیم که ترجیحات اعلامی توسط افراد به شکل اکید^{۳۲} نباشد، الگوریتم تعدیل یافته شکل الگوریتم ۳ ظاهر می‌شود.

الگوریتم ۳: الگوریتم جورسازی پذیرش معوق (DA) با فرض پیشنهاددهندگی از جانب مردان و اجازه وجود جفت‌های غیرقابل پذیرش

مرحله ۰- ترجیحات طرفین بازار را دریافت می‌کنیم. اگر برخی از ترجیحات به شکل اکید نیست، ارتباطات بی تفاوت را به شیوه دلخواه شکسته (مثلاً اگر فرد m_2 میان w_2 و w_4 بی تفاوت است، این دو را به شکل متوالی و برحسب ترتیب الفبایی در فهرست مربوطه نظم می‌دهیم.) و براساس فهرست نهایی به پیگیری الگوریتم می‌پردازیم.

مرحله ۱- الف) اگر هر مرد m_i برخورداری از گزینه یا گزینه‌های قابل پذیرش است، به زن مورد ترجیح نخستش پیشنهاد می‌شود.
 ب) هر زن، پیشنهاد‌های غیرقابل پذیرش خود را رد می‌کند. اگر بیش از یک پیشنهاد قابل پذیرش به وی شده باشد، یک نفر را «به طور موقتی» انتخاب کرده و بقیه درخواست‌ها را رد می‌کند.

مرحله ۲- الف) هر مردی که پیشنهادش در مرحله $k-1$ رد شده است، به مرجع‌ترین زن از میان زن‌هایی که در مراحل پیشین وی را رد نکرده است، معرفی می‌شود. اگر گزینه قابل پذیرشی برای وی باقی نمانده باشد، پیشنهادی از جانب وی صورت نمی‌گیرد.
 ب) هر زن، «به طور موقتی» مرجع‌ترین پیشنهاد قابل پذیرش خود را برگزیده و مابقی را رد می‌کند. این انتخاب صرفاً شامل افرادی که در مرحله k ام به وی معرفی می‌شوند، نیست. در این مرحله این اجازه وجود دارد که از میان «فرد یا افراد پیشنهاد شده در این مرحله» و «افراد موقتی انتخاب شده در مراحل پیشین»، دست به انتخاب زده شود.

این الگوریتم تا آنجا تداوم می‌یابد که هیچ پیشنهادی ارائه نشود. پس از آن تمام انتخاب‌های موقتی تبدیل به زوج‌های قطعی می‌شوند.

گام نخست در درک پایداری الگوریتم DA، به قضیه ارائه شده توسط گیل و شپلی برمی‌گردد؛ آنها اعلام کردند که

قضیه ۱.۲. همواره مجموعه زوج‌های پایداری در مسائل زوج یابی وجود دارد [۳]، [۵].

^{۳۱} در این فرآیند جورسازی، اگر تعداد مردان و زنان n باشد، حداکثر تعداد مرحله‌ای که باید پی گیری شود برابر با $n^2 - 2n + 2$ خواهد بود.

پس از اثبات وجود جورسازی‌های پایدار در چنین مسائلی، نوبت به تشخیص الگوریتمی است که گمارش‌هایی پایدار ارائه می‌کند. ویژگی مهم الگوریتم DA با فرض پیشنهاددهندگی از جانب مردان، پایداری جورسازی نهایی است. اثبات پایداری آن نیز با تأمل بر مراحل فرآیند DA قابل درک است. به عنوان مثال اگر یک مرد اعلام کند که وی شخص دیگری غیر از فرد معرفی شده توسط الگوریتم DA را ترجیح می‌دهد، باید توجه کند که در فرآیند این الگوریتم، پیشنهاد وی به شخص مورد نظر اعلام گردیده و این پیشنهاد توسط وی رد شده است؛ این به معنای آن است که شخص مربوطه همسر دیگری را به نحو اکید ترجیح داده است و بنابراین با جفت قفل شده‌ای مواجهه نبوده و جورسازی حاصله از الگوریتم DA با فرض پیشنهاد دهندگی از جانب مردان پایدار است.

یکی دیگر از مشخصات جالب مربوط به جورسازی‌های پایدار (از جمله جورسازی حاصل از الگوریتم DA) توسط مکوبیتی و ویلسون [۶] و در قالب قضیه ۲.۲ اثبات شده است (همچنین بیان شده در [۵]):

قضیه ۲.۲. در مسأله زوج‌یابی، مجموعه مردان و زنان جورسازیده نشده در همه جورسازی‌های پایدار، یکسان هستند.

یکی از مؤلفه‌های مهم در تحلیل انواع تخصیص‌ها یا نتایج فرآیندها از نظر اقتصاددانان، بهینگی است. به طور ساده یک تخصیص از بهینگی برخوردار است اگر که نتوان وضعیت یکی از افراد درگیر در تخصیص را بدون بدتر کردن وضع حداقل یک شخص دیگر بهبود بخشید. در جورسازی نیز می‌توان از نوعی بهینگی صحبت به میان آورد. بنا بر تعریف، یک جورسازی، بهینه M^{33} است اگر هر مرد با بهترین فردی که می‌تواند در همه جورسازی‌های پایدار جفت گردد، زوج شود. بر همین اساس، یک جورسازی بهینه W است اگر هر زن با بهترین مردی که می‌توانست از میان هر جورسازی پایداری جفت شود، زوج گردد. جورسازی منحصر به فرد و بهینه M را با μ_M نشان می‌دهند. حال و پس از اطلاع از مفاهیمی چون قفل شدن، جورسازی پایدار و بهینگی M و W به دو قضیه مهم راجع به الگوریتم DA اشاره می‌کنیم؛

قضیه ۳.۲. هنگامی که همه بازیکنان طرفین بازار از ترجیحات اکید برخوردار باشند، همواره یک جورسازی پایدار بهینه M و یک جورسازی پایدار بهینه W وجود دارد. افزون بر این، جورسازی μ_M نتیجه شده توسط الگوریتم DA با فرض پیشنهاد دهندگی از جانب مردان، جورسازی پایدار بهینه M خواهد بود. همچنین جورسازی بهینه W ، جورسازی μ_W تولیدی توسط همین الگوریتم با فرض پیشنهاد دهندگی از جانب زنان است.

این قضیه به بیانی دیگر در مقاله معروف گیل و شپلی طرح شده است [۷].

قضیه ۴.۲. جورسازی بهینه M ، بهینه ضعیف 34 پرتو برای مردان در مجموعه جورسازی‌های پایدار است. به بیان دیگر جورسازی دیگری وجود ندارد که همه مردان آن را به جورسازی بهینه M ترجیح دهند [۸].

گرچه تاکنون بر پایداری و بهینگی تأکید نمودیم، اما افشای صادقانه ترجیحات نیز از مشخصات مطلوب سازوکارهای جورسازی یاد شد؛ از همین رو باید پرسید که آیا در صورت استفاده از الگوریتم DA مشارکت کنندگان انگیزه بروز اطلاعات خصوصی خود (در اینجا رتبه بندی واقعی ترجیحاتشان) را خواهند داشت؟ به دیگر بیان آیا می‌توان سازوکاری طراحی نمود که به ایجاد جورسازی‌های پایدار کمک کرده و در عین حال اعلام نادرست ترجیحات از سوی افراد روی ندهد؟ حال می‌توانیم به قضیه زیر توجه کنیم؛ قضیه‌ای که بعدها قضیه عدم امکان 35 نامیده شد [۵] و به نوعی وجود محدودیت در طراحی سازوکارهای جورسازی امن و پایدار را نشان می‌دهد.

قضیه ۵.۲. (قضیه عدم امکان). هیچ فرآیند جورسازی پایداری برای مسأله عمومی زوج‌یابی وجود ندارد که در آن افشای صادقانه ترجیحات استراتژی غالب همه بازیکنان باشد [۹].

³³ M optimal ³⁴ Weak ³⁵ Impossibility Theorem

به منظور نشان دادن وجود چنین قضیه‌ای در قالب یک مثال می‌توان مسئله زوج یابی با مفروضات $M = \{m_1, m_2\}$ گرفت. براساس الگوریتم DA و با فرض پیشنهاد دهندگی مردان (μ_M) یا فرض پیشنهاد دهندگی زنان (μ_W) به ترتیب با نتایج زیر مواجه خواهیم بود:

$$\mu_W = [(m_1, w_2), (m_2, w_1)] \text{ و } \mu_M = [(m_1, w_1), (m_2, w_2)]$$

حال با در نظر داشتن μ_M ، فرض بگیریم که شخص w_1 ترجیحات خود را به شکل $P'(w_1) = m_2, w_1$ اعلام دارد. در این موقعیت اگر همه افراد ترجیحات مفروض و واقعی پیش گفته را اعلام کرده و تنها w_1 ترجیحات نادرست P' را بروز دهد، به نتیجه حاصل از μ_W خواهیم رسید. همانطور که آشکار است، μ_W نتیجه مطلوب‌تری برای وی در مقایسه با μ_M دارد. بنابراین با اعلام نادرست ترجیحات، یکی از بازیکنان به وضعیت بهتری دست یافته و به طور شهودی قضیه عدم امکان نشان داده شد. بنابراین و به طور خلاصه می‌توان ابراز داشت که الگوریتم DA به عنوان یکی از سازوکارهای مورد استفاده در مسئله زوج یابی، فاقد ویژگی Strategy-Proof است. دیگر قضیه مرتبط با این وضعیت، قضیه ۶.۲ است.

قضیه ۶.۲. هنگامی که هر سازوکار پایداری در مسئله زوج یابی مورد استفاده قرار گیرد، مشروط به وجود ترجیحات اکید در افراد و همچنین وجود بیش از یک جورسازی پایدار، حداقل یک عامل می‌تواند با اعلام نادرست ترجیحات خود به وضعیت مناسب تری دست یابد، البته با فرض عدم تغییر ترجیحات اعلامی سایر بازیکنان. این فرد می‌تواند به گونه‌ای به بازنمایی نادرست ترجیحات خود اقدام نماید که با مرجح‌ترین جفت مورد نظر خود زوج شود [۵].

البته قضایای ۵.۲ و ۶.۲ تمام ماجرا نبوده و تا حدی می‌توان به الگوریتم DA امیدوار بود!

قضیه ۷.۲ (قضیه استراتژی غالب). در بازی مبتنی بر الگوریتم DA با فرض پیشنهاد دهندگی مردان، بروز صادقانه ترجیحات برای همه مردان، استراتژی غالب ضعیف خواهد بود [۸]، [۱۰].

به دیگر بیان در سازوکاری که جورسازی پایدار و بهینه M ایجاد شود، بیان صادقانه ترجیحات برای مردان استراتژی غالب خواهد بود [۸]. تا اینجا تلاش‌های نظری حول عدم پایداری و بروز رفتارهای استراتژیک در بازارهای جورسازی دو طرفه را مورد بحث قرار داده و دستاوردهایی به منظور مقابله با این مشخصات در طراحی الگوریتم‌های جورسازی مورد تشریح قرار گرفت. مسائل و دستاوردهای متناظر در جورسازی‌های یکطرفه نیز در ادامه مورد بحث قرار می‌گیرد.

۳.۲. جورسازی یک طرفه و الگوریتم TTC. مدل پایه‌ای مورد استفاده در بازارهایی که فقط یک طرف آن بازیکنان و در سمت دیگر اهدافی به منظور جورشدن وجود دارند، برای نخستین بار توسط شپلی و اسکارف^{۳۶} [۱۱] ارائه شد^{۳۷}. آنها یک اقتصاد تهاتری را در نظر گرفتند که هر n عامل اقتصادی در آن صاحب یک کالای غیر قابل تقسیم [همچون مسکن] هستند. این افراد نسبت به تمام کالاهای غیرقابل تقسیم مورد نظر (تمام منازل مسکونی موجود در اقتصاد) از ترجیحات مختص به خود برخوردارند. فرض بر آن است که هر فرد تنها می‌تواند یک منزل مسکونی را از آن خود کرده و هیچ ابزار یا کالای واسطه‌ای برای انجام مبادلات (پول) وجود ندارد. تخصیص مورد نظر در این مسئله جورسازی، جفت نمودن افراد و خانه‌های موجود است، مشروط به آنکه به هر نفر فقط یک منزل مرتبط شود. همچنین باید توجه نمود که شیوه تبادل منازل بین بازیکنان لزوماً به شکل دوسویه نیست. به دیگر بیان لازم نیست که دو فرد «الف» و «ب» منازل خود را با یکدیگر تعویض کنند بلکه این اجازه وجود دارد که مثلاً فرد «الف» منزل خود را به فرد «ب» داده، خانه شخص «ب» به «ج» تعلق گیرد و خانه شخص «ج» در اختیار «الف» قرار گیرد؛ به بیانی دیگر امکان تشکیل هر چرخه

^{۳۷} شایان ذکر است که این الگوریتم توسط گیل (David Gale) به شپلی و اسکارف پیشنهاد و توسط آنها مطرح گردید.

^{۳۶} Herbert E. Scarf

ای از معاوضه وجود دارد؛ منظور از یک چرخه^{۳۸} آن است که می‌توان یک فهرست k تایی $(i_1, i_2, \dots, i_k)$ را به گونه‌ای تشکیل داد که هر فرد i_j خواستار منزل فرد i_{j+1} بوده و در نهایت شخص i_k مطالبه‌گر منزل فرد i_1 باشد. الگوریتم ارائه شده در این مدل با عنوان الگوریتم چرخه‌های معاوضی برتر^{۳۹} [که از این پس با TTC نمایش داده می‌شود] به منظور دست یابی به تخصیص هسته^{۴۰}؛ در بازارهای مسکن با مفروضات فوق، پیشنهاد گردید (الگوریتم ۴)؛ منظور از تخصیص هسته، به طور ساده تخصیصی است که هیچ زیرمجموعه‌ای از عوامل اقتصادی در آن یافت نشوند که با تشکیل ائتلاف میان خود، به نتیجه بهتری از آن (تخصیص هسته) دست یابند. این مفهوم برای اولین بار توسط گیلیس [۱۱] طرح شده و از مهمترین راه حل‌های موجود در بازی‌های همکارانه است. نکته مشترک «راه حل هسته در نظریه بازی‌های همکارانه» و «تخصیص هسته در بازار مسکن» آن است که در اولی در پی آن هستیم که راه حل نهایی در تسهیم عواید حاصله از ائتلاف (همکاری) باید به گونه‌ای باشد که موجب پاشیده شدن همکاری یا ایجاد انگیزه برای یکی یا برخی از اعضای ائتلاف برای پیوستن به سایر ائتلاف‌ها نگردد. برخورداری نتایج جورسازی از ویژگی هسته نیز دلالت بر مفهومی متناظر با آن در عایدی جورسازی در بازار مسکن دارد.

الگوریتم ۴: الگوریتم جورسازی چرخه‌های معاوضی برتر (TTC)

مرحله ۱- هر فرد به دارنده مرجع‌ترین منزل از نظر خودش اشاره می‌کند. از آنجا که تعداد عوامل اقتصادی نامحدود نیستند، حداقل یک چرخه $(i_1, i_2, \dots, i_k)$ در این مرحله به وجود خواهد آمد. در انتهای این مرحله، در هر چرخه [یا چرخه‌های] شکل گرفته، تبادل مربوط به آن چرخه رخ داده و جورسازی مربوطه نهایی می‌شود. افراد باقی‌مانده (که در این مرحله برایشان جورسازی صورت نگرفته است) به مرحله بعد معرفی می‌شوند.

مرحله ۲- هر فرد به دارنده مرجع‌ترین منزل باقی‌مانده اشاره می‌کند. پس از تشکیل چرخه [یا چرخه‌های] جدید $(i'_1, i'_2, \dots, i'_k)$ ، در هر کدام از چرخه‌ها [ها] تبادل مربوطه صورت گرفته و جورسازی مربوطه نهایی می‌شود. افراد باقی‌مانده (که در این مرحله برایشان جورسازی رخ نداده است) به مرحله بعد معرفی می‌شوند.

مرحله k - هر فرد به دارنده مرجع‌ترین منزل باقی‌مانده اشاره می‌کند. پس از تشکیل چرخه [یا چرخه‌های] جدید $(i'_1, i'_2, \dots, i'_k)$ ، تبادل مربوطه صورت گرفته و جورسازی متناظر با آن نهایی می‌شود.

این الگوریتم تا آنجا تداوم می‌یابد که به هر فرد یک منزل اختصاص داده شود.

در بیان ویژگی‌های الگوریتم TTC به دو قضیه مهم زیر اکتفا می‌شود:

قضیه ۸.۲. اگر ترجیحات افراد نسبت به منازل از نوع اکید باشد، تخصیص برآمده از رویکرد هسته (که توسط بکارگیری این الگوریتم حاصل می‌آید) یکتا خواهد بود [۱۳].

قضیه ۹.۲. استراتژی غالب بازیکنان در فرآیند استفاده از الگوریتم TTC، افشای ترجیحات واقعی است [۹].

با توجه به تشریح الگوریتم‌های پایه‌ای در مواجهه با برخی مشکلات در بازارهای به هم رسان که به عنوان بنیان‌هایی برای نظریه جورسازی پایدار مطرح می‌شوند، در بخش بعد مشاهده خواهیم کرد که چگونه همین مجموعه مطالعات برآمده از مدل‌ها و قضایای نظری می‌تواند به نجات جان انسان‌ها کمک کند! بخش چهارم نیز به استفاده از نظریه جورسازی پایدار در یکی دیگر از جنبه‌های زندگی واقعی افراد اختصاص یافته است.

۳. نظریه جورسازی و بهبود زندگی بیماران کلیوی

شیوع بیماری‌های غیر واگیر نظیر دیابت منجر به تخریب کلیه می‌شود. برای درمان تخریب کلیه نوعاً دیالیز صورت می‌گیرد. اما این شیوه گرچه شایع‌ترین راه مواجهه با نارساییهای کلیه است اما با مشکلات و شرایط محدودکننده خاصی روبروست. طبیعی است که در چنین وضعیتی تقاضا برای دریافت کلیه شکل گیرد. برای تأمین این تقاضا نیز ضرورت

³⁸ Cycle ³⁹ Top Trading Cycles ⁴⁰ Core Allocation

دارد کلیه‌ای در بازار عرضه شود. عرضه کلیه نوعاً از دو منبع تأمین می‌شود: (۱) اهداکنندگان مرگ مغزی (فوت شده) و (۲) اهداکنندگان زنده. تعادل در این بازار زمانی شکل می‌گیرد که تعداد عرضه و تقاضای کلیه برابر بوده و ارتباط میان طرفین بازار برقرار باشد. اما واقعیتی که همواره با آن روبرو هستیم، کمبود عرضه کلیه [از جانب هر دو نوع دهنندگان پیش گفته] است.

برای رفع این مشکل دو راه برد متمایز قابل ارائه است. یک رویکرد آن است که با فرض آزادی خرید و فروش کلیه، سازوکار قیمت فعال شود. در این صورت، قیمت کلیه تا جایی افزایش می‌یابد که افراد بیشتری تحریک به اهدای کلیه شوند و در نهایت عرضه و تقاضای کلیه برابر شود.

رویکرد بدیل آن است که ممنوعیت خرید و فروش کلیه برقرار مانده و در چارچوب قوانین ضد داد و ستد پولی کلیه، اهدای کلیه افزایش یابد. هدف بازار جورساز در این مسأله نیز ارائه راه کاری در همین چارچوب است. به دیگر بیان در این رویکرد تلاش می‌شود با طراحی سازوکارهای ویژه، تعداد پیوندهای کلیه افزایش یابد و در عین حال، انگیزه‌های پولی برای اهدای کلیه ایجاد نشود. در نگاه نخست یافتن شیوه‌ای به منظور تأمین کلیه آن هم بدون بهره‌گیری از سازوکارهای رایج اقتصادی (خرید و فروش) مشکل به نظر می‌آید؛ اهدای کلیه امری تبریعی بوده و نمی‌توان با به وجود آوردن انگیزه‌های پولی، اهدای کلیه را افزایش داد!

البته همان طور که انتظار می‌رود، حتی اگر یکی از اقوام یا دوستان یک بیمار تمایل داشته باشد که کلیه خود را به وی اعطا کند، باز به دلیل عدم سازگاری‌های ژنتیکی [مربوط به گروه خونی و HLA] امکان چنین اقدامی وجود ندارد.^{۴۱} به دیگر، معمولاً میان اعضای زوج ابتدایی (k, t) ، ناسازگاری وجود داشته و به نوعی اهدای کلیه صورت نمی‌گیرد. شرایط پیش گفته (لزوم افزایش اهدای کلیه و نیز عدم سازگاری در غالب زوج‌های ابتدایی)، پای مهم ترین مفهوم اقتصادی، یعنی مبادله را به میان می‌آورد؛ برهمین اساس اهدای زوجی^{۴۲} (PD یا مبادله زوجی^{۴۳}) به شکل زیر پیشنهاد شده است:

زوج‌های ابتدایی ۱ و ۲ را در نظر بگیرید. دهنده کلیه در زوج ۱ از نظر ملاحظات ژنتیکی با گیرنده کلیه در این زوج سازگاری ندارد. همین واقعیت در زوج ابتدایی ۲ نیز وجود دارد. اما دهنده زوج ۱ با بیمار زوج ۲ سازگاری دارد. هم چنین دهنده زوج ۲ با گیرنده کلیه زوج ۱ سازگاری دارد. در چنین شرایطی دهنده ۱ می‌تواند کلیه خود را به بیمار زوج ۲ داده و در مقابل بیمار زوج ۱، کلیه دهنده زوج ۲ را دریافت کند. شرایط موجود در وضعیت پیش گفته را می‌توان به این شکل بیان کرد: مجموعه‌ای از زوج‌های ابتدایی دهنده-بیمار،

$$\{(k_1, t_1), (k_2, t_2), \dots, (k_n, t_n)\}$$

و ترجیحاتی از جانب هر بیمار t_i نسبت به $\{k_1, k_2, \dots, k_n\} \cup \{w\}$ که w بیانگر اولویت یافتن در فهرست انتظار است. در این صورت تابع جورسازی، بیمارانی را به کلیه سازگار یا فهرست انتظار مرتبط می‌کند. همچنین فرض بر آن است که w قابل اتصال به بیش از یک بیمار است. این وضعیت برای مواقعی روی می‌دهد که چندین بیمار براساس عایدی الگوریتم جورسازی، به منظور جاگیری در اولویت نخست فهرست انتظار معرفی شوند. در اینجا نیز ملهم از الگوریتم‌های به هم‌رسان، راث و همکارانش به ارائه سازوکاری متناسب با مسأله مبادله کلیه پرداختند. در صورت‌بندی ایشان دو مفهوم چرخه‌ها [همانند مسأله بازار مسکن] و زنجیره‌های متداخل^{۴۴} از اهمیت بسیاری برخوردارند.

همچون چرخه‌های معاوضی مطروحه در بخش ۳، ۲، یک چرخه، فهرست ترتیب یافته‌ای از کلیه‌ها و بیمارانی به شکل $(k'_1, t'_1, k'_2, t'_2, \dots, k'_m, t'_m)$ است که در آن کلیه k'_1 به بیمار t'_1 مرتبط شده، بیمار t'_1 به کلیه k'_2 مرتبط شده، ...، کلیه k'_m به بیمار t'_m متصل گردیده و در نهایت بیمار t'_m به کلیه k'_1 ارجاع داده می‌شود.

^{۴۱} سازگاری‌های مربوطه به گروه خونی در پیوند کلیه به شکل زیر است: بیمار دارای گروه خونی A از گروه‌های O و A، بیمار از گروه خونی B از گروه‌های O و B، بیمار دارای گروه خونی O تنها از گروه خونی O و بیمار برخوردار از گروه خونی AB از همه گروه‌های خونی می‌تواند کلیه دریافت کند.

یک زنجیره متداخل نیز فهرست ترتیب یافت‌های از کلیه‌ها و بیماران به شکل $(k'_1, t'_1, k'_2, t'_2, \dots, k'_m, t'_m)$ است که برخلاف یک چرخه، بیمار t'_m به فهرست انتظار پیوند کلیه معرفی می‌شود. در این حالت، کلیه k'_1 به بیمار t'_1 اختصاص یافته، کلیه k'_2 به بیمار t'_2 تعلق یافته، ...، کلیه k'_m به بیمار t'_{m-1} اختصاص یافته و در نهایت بیمار t'_m در اولویت نخست دریافت کلیه از دهندگان مرگ مغزی (فهرست انتظار پیوند) قرار می‌گیرد.

تفاوت مهم مفاهیم فوق در آن است که هر کلیه یا بیمار حداکثر می‌تواند بخشی از یک چرخه باشد و نه بیشتر؛ در حالی که در زنجیره‌های متداخل یک کلیه با بیمار می‌تواند بخشی از چند زنجیره باشند. این تفاوت، نکته مهمی را در زنجیره‌های متداخل آشکار می‌سازد؛ با توجه به محتمل بودن شکل گیری انواع زنجیره‌ها، باید در پی درک قاعده انتخاب زنجیره‌ای باشیم که از نظر کارایی یا تعداد اتصالات (طول زنجیره) مناسب‌تر باشد. فعلاً فرض بر آن خواهد بود که در فرآیند جورسازی ذیل، از یک قاعده مشخص انتخاب میان چندین زنجیره استفاده می‌کنیم. به زودی برخی از این قواعد را خواهیم شمرد. با توجه به این مطالب، الگوریتم چرخه‌ها و زنجیره‌های معاوضی برتر^{۴۵} (زین پس TTCC) به شکل زیر پیشنهاد شده است [۱۴] (الگوریتم ۵).

الگوریتم ۵: الگوریتم چرخه‌ها و زنجیره‌های معاوضی برتر (TTCC)

مرحله ۱- ابتدا همه کلیه‌ها در دسترس و همه عوامل به شکل فعال حضور دارند. در هر مرحله از فرآیند، همه بیماران t_i فعال حسب ترجیحاتشان، به مرجع‌ترین کلیه باقیمانده و یا w اشاره می‌کنند.

مرحله ۲- با توجه به مرحله نخست، با چرخه، زنجیره یا هر دوی آن‌ها مواجه خواهیم بود.

الف) اگر چرخه‌ای شکل نگرفته است به مرحله ۳ بروید، در غیر این صورت براساس چرخه‌های شکل گرفته به تخصیص کلیه به بیماران اقدام می‌شود. پس از آن همه افراد داخل این چرخه‌ها از فرآیند جورسازی حذف می‌شوند.

ب) هر بیمار باقی‌مانده به مرجع‌ترین کلیه‌های موجود در فهرست ترجیحی اشاره می‌کند. در صورت تشکیل چرخه، جورسازی‌های مربوطه انجام شده و بیماران دریافت‌کننده کلیه از فرآیند حذف می‌شوند. این مرحله تا جایی تداوم می‌یابد که هیچ چرخه‌ای باقی نماند.

مرحله ۳- اگر هیچ جفتی باقی نمانده، فرآیند به اتمام رسیده است، در غیر این صورت هر جفت باقی‌مانده، دنباله‌ای از یک زنجیره است. تنها یکی از زنجیره‌ها را براساس قاعده انتخاب زنجیره‌های مورد نظر، انتخاب کرده و تخصیص مربوط به بیماران آن را نهایی می‌کنیم.

مرحله ۴- پس از انتخاب زنجیره و نهایی شدن جورسازی‌های مربوط به بیماران، چرخه‌های جدید شکل می‌گیرد. مراحل ۲ و ۳ با افراد فعال کنونی و کلیه‌های باقیمانده تکرار خواهد شد تا جایی که هیچ بیماری باقی نماند.

مثال ۱.۳. به منظور وضوح فرآیند بکارگیری از این الگوریتم، به ذکر مثالی برگرفته از راث و همکارانش [۱۴] می‌پردازیم. یک مسئله مبادله کلیه با ۱۲ زوج ابتدایی را در نظر بگیرید. فرض بر آن است که ترتیب ترجیحات بیماران نیز براساس جدول ۶ باشد.

جدول ۶: ترتیب ترجیحات بیماران نسبت به کلیه‌ها در یک مسئله جورسازی فرضی با ۱۲ زوج ابتدایی.

t_{12}	t_{11}	t_{10}	t_9	t_8	t_7	t_6	t_5	t_4	t_3	t_2	t_1
k_{11}	k_3	k_{11}	k_3	k_6	k_6	k_3	k_3	k_5	k_2	k_{11}	k_9
k_3	k_6	k_1	k_{11}	k_4	k_1	k_5	k_7	k_9	k_4	k_3	k_{10}
k_9	k_5	k_5	w	k_{11}	k_3	k_8	k_{11}	k_1	k_5	k_5	k_1
k_8	k_{11}	k_6		k_2	k_9	k_6	k_4	k_8	k_6	k_6	
k_{10}		k_7		k_3	k_{10}		k_5	k_{10}	k_7	k_2	
k_{12}		w		k_8	k_1			k_3	k_8		
					w			w	w		

در یافتن پاسخ این مسئله، قاعده انتخاب از میان زنجیره‌ها را به شکل زیر تعیین می‌کنیم: طولی‌ترین زنجیره را انتخاب کنید؛ اگر هم طولی‌ترین زنجیره منحصر به فرد نبود، زنجیره‌ای که برخوردار از بیمار با اولویت بالاتر است

⁴⁵ Top Trading Cycles and Chains

برگزیده می‌شود؛ اگر بیمار دارای اولویت در همه این زنجیره‌ها حضور داشت، زنجیره شامل بیمار برخوردار از اولویت دوم انتخاب می‌شود و به همین ترتیب ادامه دهید.

با اعمال الگوریتم ۵، نتایج زیر به عنوان جوارسازی نهایی حاصل می‌آید:

$$(t_{12}, k_{10}), (t_{11}, k_3), (t_{10}, k_1), (t_9, w), (t_8, k_4), (t_7, k_6), (t_6, k_5), (t_5, k_7), (t_4, k_8), (t_3, k_2), \\ (t_2, k_{11}), (t_1, k_9)$$

همچون گذشته بررسی برخی از مشخصات این الگوریتم مطلوب خواهد بود. همانطور که می‌توان حدس زد، در الگوریتم ۵، نتیجه و به تبع بهینگی جوارسازی [به عنوان یکی از مشخصات مهم سازوکارهای به هم رسان] وابسته به قاعده انتخاب زنجیره است. برخی از قواعدی که می‌توان به منظور انتخاب از میان زنجیره‌های موجود به کار برد، بدین شرح است: (۱) انتخاب کوتاه‌ترین زنجیره و حذف آن، (۲) انتخاب طولانی‌ترین زنجیره و حذف آن. اگر بزرگترین زنجیره متداخل یکتا نبود، از معیاری برای انتخاب از میان آنها استفاده شود، (۳) انتخاب طولانی‌ترین زنجیره و حفظ آن. اگر بزرگترین زنجیره متداخل یکتا نبود، از معیاری برای انتخاب از میان آنها استفاده شود، (۴) اولویت بندی زوج‌های اولیه «دهنده-بیمار» در یک فهرست، انتخاب زنجیره‌های که زوج آغاز کننده آن از اولویت بالاتری برخوردار است و سپس حذف آن، (۵) اولویت بندی زوج‌های اولیه «دهنده-بیمار» در یک فهرست، انتخاب زنجیره‌های که زوج آغاز کننده آن از اولویت بالاتری برخوردار است و سپس حفظ آن.

قضیه ۲.۳ به تأثیرگذاری پیش گفته راجع به بهینگی و قضیه ۳.۳ نیز به Strategy-Proof بودن الگوریتم TTCC می‌پردازد.

قضیه ۲.۳. سازوکار TTCC بهینه است اگر قاعده انتخاب زنجیره در مرحله سوم الگوریتم به گونه ای باشد که هر زنجیره انتخاب در مرحله غیرنهایی، در فرآیند، باقی مانده و کلیه موجود در ابتدای زنجیره برای گام بعدی الگوریتم مورد نظر قرار گیرد [۱۴].

بنابراین یک قاعده انتخاب میان زنجیره‌ها که زنجیره منتخب را پیش از گام نهایی الگوریتم حذف کند [و اجازه بهره گیری از کلیه موجود در ابتدای آن زنجیره در مرحله بعدی را ندهد] امکان بروز عایدی‌های غیر بهینه پرتو را فراهم می‌آورد.

قضیه ۳.۳. قواعد انتخاب (۱)، (۴) و (۵) را در نظر بگیرید. سازوکار TTCC که از این قواعد در فرآیند جوارسازی استفاده می‌کند، از ویژگی Strategy-Proof برخوردار است [۱۴].

افزون بر این موارد، پیشنهاد دهندگان الگوریتم TTCC همچنین نشان دادند که همه جوارسازی‌های بهینه پرتو در مسأله مبادله کلیه، تعداد جفت‌های یکسانی را به یکدیگر متصل می‌کنند [۱۵].

به نظر می‌رسد بهره‌گیری از چنین سازوکارهایی علاوه بر حل مشکل کمبود کلیه و دامن نزدن به خرید و فروش اعضای بدن، راه کاری مناسب و قابل اجرایی شدن در واقعیت باشد. از همین رو طراحان بازار که از تخصص‌های گوناگونی چون نظریه‌بازیها، تحقیق در عملیات و علوم رایانه برخوردار بودند، با در میان گذاردن و پیشنهاد چنین الگوریتم‌هایی به مراکز جراحی و بیمارستان‌ها در جهت کاربردی نمودن چنین ایده‌هایی گام برداشتند. البته همانطور که از فرآیند اجرایی شدن چنین پیشنهاداتی برمی‌آید، پایش نتایج حاصل از اجرایی شدن نیز از اهمیت فراوانی برخوردار است. کما اینکه با فراهم آوردن بستر شکل گیری انواع مبادلات زوجی کلیه، مسائلی جدید روی داد که حل آنها نیز تشریک مساعی پژوهشگران عرصه نظریه و کاربرد را ضروری می‌نماید.

یکی از واقعیت‌های مشاهده شده در عمل آن بود که زوج‌های ابتدایی که از نظر ویژگی‌های ژنتیکی با یکدیگر سازگارند [که البته به ندرت چنین اتفاقی می‌افتد] در برنامه‌های متمرکز مربوط به مبادله کلیه شرکت نکرده و به طور فوری به یکدیگر

متصل می‌شوند. با فرض بهره‌گیری از نظام متمرکز جورسازی در مبادله کلیه، رخداد چنین واقعه‌ای می‌تواند موجب نوعی اختلال در مجموعه جورسازی‌ها شود. به عنوان نمونه فرض کنید که سه زوج ابتدایی «دهنده-بیمار» با ویژگی‌های مربوطه به گروه‌های خونی «(۱) دهنده AB-بیمار B»، «(۲) دهنده B-بیمار A» و «(۳) دهنده A-بیمار AB» وجود داشته باشند. براساس تشکیل چرخه میان این سه زوج در مرکز تصفیه فرضی، می‌توان یک جورسازی شامل مشارکت هر سه زوج ابتدایی را شاهد بود. در این چرخه، کلیه A از زوج ابتدایی «(۳) دهنده A-بیمار AB» به بیمار زوج ابتدایی «(۲) دهنده B-بیمار A» داده شده، کلیه B موجود زوج «(۲) به بیمار زوج ابتدایی «(۱) دهنده AB-بیمار B» اعطا شده و در نهایت کلیه دهنده زوج «(۱) به بیمار زوج «(۳) معرفی می‌شود. همانطور که مشاهده نمودید در بین این سه زوج ابتدایی، زوج «(۳) دهنده A-بیمار AB» زوجی سازگار بوده که می‌تواند حتی بدون اعلام وجود خود به برنامه متمرکز جورسازی، عمل پیوند کلیه میان دهنده و بیمار آن صورت گیرد. نکته اصلی آنجاست که با انتقال کلیه نوع A به بیمار نوع AB در زوج «(۳)، هر چند بیمار نوع AB درمان می‌شود اما به دلیل ناسازگاری موجود میان زوج‌های ابتدایی «(۱) و «(۲) و نیز عدم امکان تشکیل چرخه میان این زوج‌ها، بیماران نوع B و A درمان نمی‌شوند. تلاش‌های آتی در این مسئله، چینش مناسب زوج‌های ابتدایی و بهره‌گیری از الگوریتم به هم‌رسان به شکلی است که تعداد بیشتری از بیماران درمان شوند.

همان‌گونه که دانستیم، انواع مختلفی از چرخه‌ها به منظور مبادله کلیه می‌تواند شکل گیرد. چرخه‌های شامل دو زوج ابتدایی، چرخه‌های شامل سه زوج ابتدایی و حتی در حداقل یک مورد واقعی ده زوج ابتدایی [۱۶]! اما سؤالی که پیش خواهد آمد، آن است که با توجه به تأثیرپذیری نتیجه نهایی جورسازی در مرکز تصفیه از طول چرخه‌ها، تمرکز مرکز تصفیه واقعی باید بر کدام اندازه از چرخه‌ها باشد؟ راث، سونمز^{۴۶} و اونور^{۴۷} [۱۷] تأثیرگذارترین مطالعه حول این پرسش کلیدی را انجام داده و به نتایج جالب توجهی دست یافتند. آنها دریافتند که تشکیل چرخه‌هایی با بیش از سه زوج ابتدایی (همچون چرخه‌هایی متشکل از چهار یا پنج زوج ابتدایی) تأثیر اندکی بر کارایی جورسازی دارد.^{۴۸} همچنین با توجه به ویژگی‌های موجود در پیوند کلیه (همچون برخی مشخصات مربوط به گیرندگان و بیماران با گروه خونی O) اعلام نمودند که انجام پیوندها براساس تشکیل زنجیره‌های متشکل از سه زوج ابتدایی، شیوه مناسبی برای دربرگرفتن انواع پیوندها میان زوج‌های ابتدایی است.

۴. نظریه جورسازی و بهبود اشتغال پزشکان

در این بخش تأثیرپذیری اشتغال پزشکان از الگوریتم‌های مورد استفاده در جورسازی ایشان به بیمارستان‌ها را مورد بحث قرار خواهیم داد. از حدود ۱۹۰۰ تا ۱۹۴۵ میلادی، بازار جورسازی کارورزان پزشکی و بیمارستان‌ها در ایالات متحده به شکل غیرمتمرکز بود. سازوکار جورسازی متمرکز NIMP^{۴۹} که امروزه NRMP^{۵۰} نامیده می‌شود، در سال ۱۹۵۲ تأسیس شد. دانشجویان فهرست ترتیبی ترجیحات خود راجع به بیمارستان‌ها و نیز بیمارستان‌ها فهرست ترتیبی ترجیحات خود نسبت به دانشجویان را اعلام می‌کنند. NRMP از این فهرست‌ها به منظور جورسازی مناسب استفاده می‌کند.

همانطور که بیان شد، نخستین تلاش قابل توجه در جورسازی و طراحی بازار به مقاله معروف گیل و شپلی در ۱۹۶۲ برمی‌گردد. اما این مقاله تقریباً تا سال ۱۹۸۴ مورد توجه واقع نشد. در این سال بود که راث [۱۸] به بررسی تحولات بازار کاروری و دستکاری پزشکی در ایالات متحده و برخی از مشکلات موجود در آن پرداخت. وی سپس دریافت که سازوکاری که در این بازار مورد استفاده قرار می‌گیرد (مبتنی بر NRMP)، معادل یکی از سازوکارهای ارائه شده توسط

^{۴۸}مرآعه به جدول ۲ مقاله راث و همکارانش [۱۷] که حاصل شبیه سازی رایانه‌ای و مقایسه تعداد بیمارانی که موفق به دریافت کلیه سازگار در سناریوهای مختلف از تشکیل چرخه‌های دو زوجی، سه زوجی، چهار زوجی بدون محدودیت است، توصیه می‌شود.

^{۴۶} Sönmez ^{۴۷} Ünver ^{۴۹} National Intern Matching Program ^{۵۰} National Resident Matching Program

گیل و شیلی [۳] به منظور دست یابی به تخصیص پایدار است؛ سازوکار پذیرش معوق با فرض پیشنهاد از جانب کارفرما (HP-DA) [۵۱]. این مقاله راث نشان داد که چگونه مفهوم پایداری به عنوان یک اصل سازمان دهنده در بازارها، موفقیت‌ها و شکست برخی بازارها را تبیین می‌کند.

گرچه به نظر می‌رسد طراحی الگوریتمهای پایدار در بازار کار پزشکان مقصد موجهی برای این مسأله باشد اما همچنان درگیر شدن با مشکلات و پدیده‌های جزئی‌تر، بخشی از فعالیت طراحان بازار است؛ یکی از مشکلات مورد توجه جدید در بازار کار پزشکان، تقاضای ایشان برای پذیرش به صورت جفتی است. بسیاری از پزشکان که همسرشان نیز پزشک است، تمایل دارند که در یک بیمارستان مشغول به کار شوند. از همین رو در دهه ۱۹۷۰ نرخ مشارکت طرفین بازار در NRMP کاهش یافت. الگوریتم DA در مواجهه با مسأله همسران پزشک با شکست مواجهه شده بود. در دهه ۱۹۶۰ تعداد قابل توجهی از زوج‌های پزشکان همسر که از مراکز آموزش پزشکی فارغ التحصیل شده بودند، با برقراری ارتباطات مستقیم با بیمارستان‌ها سعی در یافتن چاره‌ای به منظور بهبود شرایط برای خود بودند. در جوسازی‌های بازار پزشکان در دهه ۱۹۹۰، ۱,۰۰۰ مورد از ۲۰,۰۰۰ تقاضای بررسی شده در NRMP زوج‌های پزشکان همسر بوده‌اند. البته وجود نارضایتی در پزشکان نیز امری فرضی نبوده و به عنوان بازخوردی از الگوریتم‌های حاکم، قابل تحلیل بود. یکی از مشکلاتی که اجراکنندگان NRMP با آن مواجه شدند، نارضایتی دانشجویان از چنین سازوکاری بود. برخی از گزارش‌ها از کارمندان بیمارستان که مورد مشورت دانشجویان در انتخاب فهرست ترتیبی قرار می‌گرفتند، حاکی از آن بود که دانشجویان افزون بر نارضایتی از چنین سازوکاری، در پی کشف رفتارهای استراتژیک در مواجهه با چنین سازوکاری بوده‌اند [۱۹].

مثال ۱.۴. مشکل مربوط به زوج پزشکان همسر (پزشکانی که رابطه زن و شوهری با یکدیگر دارند) را در قالب مثالی برگرفته از آلدرشاف و کالدرسی [۲۰] مورد بررسی قرار خواهیم داد [جالب آنجاست که این مقاله نیز همچون غالب مقالات مورد استفاده، نه در یک مجله اقتصادی، بلکه توسط دو ریاضیدان و در مجله‌ای ریاضی منتشر شده است]. مجموعه بیمارستان‌ها را $H = \{h_1, h_2, h_3, h_4\}$ و پزشکان فارغ التحصیل را نیز $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ فرض کنیم. همچنین در این مثال ظرفیت استخدامی هر بیمارستان نیز یک نفر در نظر گرفته شده است. دو زوج پزشکان همسر $\{s_1, s_2\}$ و $\{s_3, s_4\}$ را که ترجیحاتشان نسبت به پذیرش در بیمارستان‌های موجود براساس جدول ۷ است، در نظر بگیریم. در این جدول ترجیحات بیمارستان‌ها نسبت به پزشکان نیز ارائه شده است.

جدول ۷: ترتیب ترجیحات طرفین بازار نسبت به سمت مقابل (با فرض وجود دو زوج پزشکان همسر) در یک مسأله جوسازی فرضی برای بیمارستان‌های h_i و زوج‌های پزشکان همسر $\{s_i, s_j\}$: منبع: [۲۰]

h_4	h_3	h_2	h_1	$\{s_3, s_4\}$	$\{s_1, s_2\}$
s_2	s_2	s_2	s_4	h_2, h_1	h_3, h_2
s_3	s_4	s_3	s_3	h_2, h_3	h_2, h_3
	s_1	s_1		h_1, h_3	h_2, h_4
				h_4, h_1	h_3, h_4
				h_4, h_3	u, h_3
					u, h_2
					u, h_4
					h_3, u
					h_2, u

در چنین وضعیتی، مجموعه جوسازی‌های ممکن براساس جدول ۸ خواهد بود. در این مثال، دو جوسازی پایدار در سطرهای ۱۱ و ۱۳ مشخص شده است.

⁵¹ Hospital Proposing Deferred Acceptance

جدول ۸: جورسازی‌های ممکن در مسأله فرضی شامل دو جورسازی پایدار؛ u به معنای عدم پیشنهاد شغل و خالی ماندن ظرفیت مربوطه در بیمارستان است. منبع: [۲۰]

ردیف	h_1	h_2	h_3	h_4
۱	u	s_2	s_4	s_3
۲	u	s_3	s_4	s_2
۳	u	s_1	s_4	s_3
۴	s_3	s_1	s_2	u
۵	s_3	s_1	s_4	s_2
۶	s_3	s_2	s_1	u
۷	s_3	s_2	s_4	u
۸	s_3	u	s_1	s_2
۹	s_4	s_1	s_2	s_3
۱۰	s_4	s_1	u	s_2
۱۱*	s_4	s_2	s_1	s_3
۱۲	s_4	s_3	s_1	s_2
۱۳*	s_4	s_3	s_2	u

از میان جورسازی پایدار، جورسازی سطر یازدهم توسط h_1, h_2, h_4 و $\{s_1, s_2\}$ و جورسازی سطر نهایی در جدول توسط h_3 و $\{s_3, s_4\}$ ترجیح داده می‌شود. بنابراین حتی اگر در چنین مسائلی جورسازی‌های پایداری وجود داشته باشد، باز سطح اشتغال (تعداد پزشکان استخدام شده) و رضایت برخی از عوامل در مقابل برخی دیگر متغیر خواهد بود. بنابراین از لحاظ نظری می‌بینیم که چنین الگوریتمی برای متقاضیان از ویژگی سازگاری با انگیزه برخوردار نیست. به بیان دیگر محتمل است که متقاضیان با بروز برخی رفتارهای استراتژیک، بتوانند به منفعتی دستی یابند. نکته نظری اصلی در چنین مشکلی نیز به قضیه ۲.۴ برمی‌گردد؛ در NRMP و نیز برخی از بازارهای دیگر، وجود زوج‌های پزشکان همسر، عدم وجود جورسازی‌های پایدار را موجب شده و در نتیجه عدم بروز پدیده‌های همانند قضیه ۱.۲ در آن می‌گردد.

قضیه ۲.۴. در بازارهایی که برخی عوامل به شکل زوج پزشکان همسر وجود دارند، ممکن است مجموعه عایدی‌های (نتایج) پایدار تهی باشد [۱۸]. ۵۲

در مواجهه با مشکلات واقعی همچون جورسازی با توجه به زوج پزشکان همسر و یا آسانتر نمودن سازوکار، تغییراتی در جزئیات سازوکار [به ویژه توسط راث و پرنسون در انتهای دهه ۱۹۹۰] پدیدار شد. در نهایت الگوریتم اولیه NRMP به الگوریتم پذیرش معوق با فرض پیشنهاد از جانب متقاضیان (پزشکان، دانشجویان) ۵۳ تغییر یافت. این الگوریتم جدید با هدف پایداری و پذیرش عایدی‌ها از منظر متقاضیان طراحی گردید. البته این الگوریتم جدید مشکل زوج پزشکان همسر را نیز با استفاده از الگوریتم مطرح شده توسط راث و ویت ۵۴ [۲۱] مدنظر قرار داده بود. شبیه سازی‌های رایانه‌ای نیز نشان می‌دهد که الگوریتم راث-پرنسون برای متقاضیان از وضعیت مناسب‌تری در مقایسه با الگوریتم پیشین NRMP که با فرض پیشنهاد دهندگی از جانب بیمارستان‌ها بود، برخوردار است [۱۹].

هرچند به لحاظ نظری قضیه ۲.۴ واقعیتی انکارناپذیر است اما با تسامح می‌توان برخی موقعیت‌های مطلوب‌تر را نیز تصور نمود. در همین راستا کوجیما ۵۵، پاتک ۵۶ و راث [۲۲] مدلی را مطرح کرده که تعداد اندکی از عوامل به شکل زوج پزشکان همسر در آن حضور دارند. بر همین اساس، قضیه زیر را مطرح نمودند:

قضیه ۳.۴. با افزایش حجم بازار (افزایش تعداد بیمارستان‌ها) به مقادیر نامحدود و ثبوت تعداد عوامل زوجی (همچون زوج‌های پزشکان همسر)، احتمال وجود یک جورسازی پایدار به یک میل می‌کند [۲۲].

۵۲ همانطور که می‌بینید هنوز مسأله اصلی، ویژگی پایداری الگوریتم‌هاست!

دیگر تلاش جالب توجه طراحان بازار، ارائه فرضیه‌ای جالبی است که به نوعی بیانگر ارتباط میان مفهوم پایداری و تداوم استفاده از الگوریتم‌ها می‌باشد؛ راث [۲۳] با بررسی هشت برنامه جורسازی در بازار کار پزشکان در بریتانیا، نشان می‌دهد که الگوریتم‌هایی که منجر به بروز سازوکار ناپایدار می‌شوند، در طی چند سال از عملیاتی شدن، موجبات عدم رضایت پزشکان یا بیمارستان‌ها را فراهم آورده و منسوخ می‌گردند. در مقابل الگوریتم‌هایی که از ویژگی پایداری برخوردارند، معمولاً باقی مانده و هنوز نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. بنابراین به طور کلی این فرضیه که «تداوم بهره‌گیری از الگوریتم‌های جورسازی رابطه مستقیمی با پایداری آن دارد» مورد قبول بوده و تنها در مواردی نادر و تحت شرایطی خاص خلاف چنین فرضیه‌ای مشاهده می‌شود.

۵. سخن پایانی

به نظر می‌رسد «توجه به زمینه‌های مشترک همکاری با سایر علوم» و نیز «تشریح امکان پذیری بهره‌گیری از قضایا و پاسخ‌های نظری به دغدغه‌های نظری در حل مسائل واقعی» نیز از موجبات تغییر تصور عمومی نسبت به ریاضیات و همگانی شدن ریاضیات باشد. از طرفی این مقاله با توجه دادن به یکی از گستره‌های کاربردی نمودن ریاضیات و تلاش‌های میان رشته‌ای در مسائل جورسازی، به تبیین چارچوب نظریه تخصیص‌های پایدار می‌پردازد؛ از سوی دیگر، نشان داده شد که گرچه پایداری [و برخی از مفاهیم مطروحه] یک مفهوم و علاقمندی نظری بوده [لااقل در مقاله معروف گیل و شپلی]، اما این کنکاش نظری در دنیای واقعی نیز مورد توجه و تأثیرگذار بوده است.

از الزامات طرح چنین مباحثی، به کارگیری چنین رویکردهایی در انواع سازوکارهای متمرکز جورسازی توسط پژوهشگران حوزه‌های نظری (نظریه بازیها و علوم رایانه) و کاربردی (اقتصاد، مدیریت و تحقیق در عملیات) است. سازوکارهایی چون جذب دانشجو، استخدام پزشکان یا وکلا و از همه مهمتر بازار کلیه در کشورمان نیازمند بررسی و بازطراحی‌هایی است که بدون احساس ضرورت و نیز تشریک مساعی پژوهشگران، دستیابی به وضعیت ایده‌آل در آنها میسر نیست.^{۵۷}

شایان ذکر است که این مقاله به بسیاری از موضوعات مهم همچون گستره بهره‌گیری از مدل‌های نظریه‌بازیها در تحلیل تعاملات انسان، دلالت‌ها و ملاحظات اخلاقی بهره‌گیری از سازوکارها و نیز نتایج حاصل از مطالعات اقتصاد تجربی^{۵۸} و ریاضیات تجربی^{۵۹} نپرداخته که البته می‌توانند به عنوان مطالعاتی مستقل صورت گیرند.

مراجع

- [1] J. von Neumann and O. Morgenstern, *Theory of games and economic behavior*, Princeton University Press, Princeton, 1944.
- [2] L. Lovász and M. D. Plummer, *Matching theory*, North-Holland Mathematics Studies, North-Holland Publishing Co., Amsterdam; Akadémiai Kiadó (Publishing House of the Hungarian Academy of Sciences), Budapest, 1986.
- [3] D. Gale and L. S. Shapley, College admissions and the stability of marriage, *Amer. Math. Monthly*, **69** no. 1 (1962) 9–15.
- [4] JSTOR, JSTOR All-Stars: The American Mathematical Monthly, available at <http://www.maa.org/publications/periodicals/american-mathematical-monthly/jstor-all-stars-american-mathematical-monthly> (accessed on April 30, 2014).
- [5] A. E. Roth and M. Sotomayor, *Two-sided matching*, A study in game-theoretic modeling and analysis, Cambridge University Press, Cambridge [England], New York, 1990.
- [6] D. G. McVitie and L. B. Wilson, Stable marriage assignment for unequal sets, *BIT Numerical Mathematics*, **10** no. 3 (1970) 295–309.

^{۵۷} بخشی از این تلاش‌ها بر دوش انجمن‌های علمی و پژوهشگران تک‌تک این حوزه‌هاست. به عنوان نمونه، علی‌رغم تبیین رویکرد جورسازی در یک مقاله در خبرنامه انجمن ریاضیات اروپا [۲۴] پس از دریافت جایزه یادبود نوبل اقتصاد در ۲۰۱۲، در هیچ یک از مجلات علمی اقتصادی، مدیریتی و ریاضی در کشورمان بحثی از آن در نگرفت.

^{۵۸} Experimental Economics ^{۵۹} Experimental Mathematics

- [7] A. E. Roth, Deferred acceptance algorithms: history, theory, practice, and open questions, *Internat. J. Game Theory*, **36** no. 3-4 (2008) 537-569.
- [8] A. E. Roth, The Economics of Matching: Stability and Incentives, *Math. Oper. Res.*, **7** no. 4 (1982) 617-628.
- [9] A. E. Roth, Incentive compatibility in a market with indivisible goods, *Econom. Lett.*, **9** no. 2 (1982) 127-132.
- [10] L. E. Dubins and D. A. Freedman, Machiavelli and the Gale-Shapley Algorithm, *Amer. Math. Monthly*, **88** no. 7 (1981) 485-494.
- [11] L. Shapley and H. Scarf, On cores and indivisibility, *J. Math. Econom.*, **1** no. 1 (1974) 23-37.
- [12] D. B. Gillies, *Solutions to general non-zero-sum games*, in: A. Tucker, R. D. Luce (Eds.), Contributions to the theory of games, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1959 47-85.
- [13] A. E. Roth and A. Postlewaite, Weak versus strong domination in a market with indivisible goods, *J. Math. Econom.*, **4** no. 2 (1977) 131-137.
- [14] A. E. Roth, T. Sönmez and M. U. Ünver, Kidney Exchange, *The Quarterly Journal of Economics*, **125** no. 2 (2004) 457-488.
- [15] A. E. Roth, T. Sönmez, M. U. Ünver, Pairwise kidney exchange, *J. Econom. Theory*, **125** no. 2 (2005) 151-188.
- [16] M. Yakutich, The Matchmakers.
- [17] A. E. Roth, T. Sönmez and M. U. Ünver, Efficient Kidney Exchange: Coincidence of Wants in Markets with Compatibility-Based Preferences, *American Economic Review*, **97** no. 3 (2007) 828-851.
- [18] A. E. Roth, The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: a Case Study in Game Theory, *Journal of Political Economy*, **92** no. 6 (1984) 991-1016.
- [19] A. E. Roth and E. Peranson, The Redesign of the Matching Market for American Physicians: Some Engineering Aspects of Economic Design, *American Economic Review*, **89** no. 4 (1999) 748-780.
- [20] B. Aldershof and O. M. Carducci, Stable matchings with couples, *Discrete Appl. Math.*, **68** no. 1-2 (1996) 203-207.
- [21] A. E. Roth and J. H. V. Vate, Random Paths to Stability in Two-Sided Matching, *Econometrica*, **58** no. 6 (1990) 1475-1480.
- [22] F. Kojima, P. A. Pathak and A. E. Roth, *Matching with Couples: Stability and Incentives in Large Markets*, National Bureau of Economic Research Working Paper Series No. 16028, 2010.
- [23] A. E. Roth, A Natural Experiment in the Organization of Entry-Level Labor Markets: Regional Markets for New Physicians and Surgeons in the United Kingdom, *The American Economic Review*, **81** no. 3 (1991) 415-440.
- [24] J. Ma, T. Sjöström, Matching in Marriage and Markets, *Eur. Math. Soc. Newsl.*, no. 89 (2013) 31-35.

محمدجواد رضائی

تهران، دانشگاه امام صادق علیه السلام، دانشکده معارف اسلامی و اقتصاد

J.rezaei@isu.ac.ir

محمدجواد رضائی متولد سال ۱۳۶۴ است. وی در سال ۱۳۸۳ وارد دوره کارشناسی ارشد پیوسته معارف اسلامی و اقتصاد در دانشگاه امام صادق علیه السلام شد و سپس در سال ۱۳۸۹ وارد مقطع دکتری علوم اقتصادی در همان دانشگاه شد. رساله دکتری وی در حوزه نظریه بازهای تطوری است. علائق پژوهشی وی در زمینه نظریه بازیها و طراحی بازار است.



علی نصیری اقدم

تهران، دانشگاه علامه طباطبائی، دانشکده اقتصاد، گروه برنامه ریزی و توسعه اقتصادی

Alinasiri11@gmail.com



علی نصیری اقدم در حال حاضر عضو هیأت علمی دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی است. ایشان در سال ۱۳۸۷ از دانشگاه تهران در مقطع دکتری علوم اقتصادی فارغ التحصیل شدند. وی از سال ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۲ عضو هیأت علمی جهاد دانشگاهی تهران و از سال ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۲ مدیر گروه «اقتصاد بخش عمومی» مرکز پژوهش‌های مجلس بوده است. سازماندهی صنعتی، اقتصاد بخش عمومی و طراحی سازوکار از جمله علائق پژوهشی وی است.

مهدی موحدی بکنظر

تهران، دانشگاه امام صادق علیه السلام، دانشکده معارف اسلامی و اقتصاد

Movahedi@isu.ac.ir



مهدی موحدی بکنظر متولد سال ۱۳۶۳ است. وی در سال ۱۳۸۳ وارد دوره کارشناسی ارشد پیوسته معارف اسلامی و اقتصاد دانشگاه امام صادق علیه السلام شد و سپس در سال ۱۳۸۹ وارد مقطع دکتری علوم اقتصادی در همان دانشگاه شد. رساله دکتری وی در حوزه مبانی فلسفی نظریه بازیهاست. علائق پژوهشی وی در زمینه نظریه بازیها و طراحی سازوکار است.

آرمان رضایتی

تهران، دانشگاه تهران، دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر

arman.rezayati@ut.ac.ir



آرمان رضایتی در سال ۱۳۸۴ وارد مقطع کارشناسی رشته ریاضی گرایش محض در دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر دانشگاه تهران شده و در سال ۱۳۸۹ نیز در مقطع کارشناسی ارشد ریاضی گرایش محض به تحصیل در همان دانشگاه پرداخت. حوزه مطالعاتی پایان نامه ارشد وی نظریه بازیها بوده و از جمله زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه وی میتوان به مدلسازی‌های محاسباتی و مدل‌های عامل بنیان اشاره نمود.