

پدیده‌ای در تدریس ریاضیات: زمانی که تغییرات کوچک منجر به تأثیری بزرگ می‌شود

مترجم و گردآورنده: مرضیه دارابی و * زینب سلطانی

چکیده. در این پژوهش، مروری بر یافته‌های جدید در زمینه تدریس ریاضی در مقطع کارشناسی ارائه شده است. هدف ما ارائه توصیه‌ها و منابع آموزشی در دسترس است که با طیف وسیعی از رویکردهای آموزشی مرتبط باشند. همچنین، در این مطالعه به اهمیت و محدودیت‌های روش تدریس سخنرانی محور اشاره می‌کنیم و بر ارزش روش‌های آموزشی فعال و پژوهش‌محور تأکید خواهیم داشت. علاوه بر این، چندین روش و شیوه آموزشی معرفی می‌شود که نکات ساده و کاربردی برای افزایش مشارکت فعال دانشجویان در طول کلاس ارائه می‌کنند. این روش‌ها به دانشجویان کمک می‌کنند تا در فرآیند یادگیری مشارکت بیشتری داشته و درک عمیق‌تری از مطالب پیدا کنند. در پایان، منابع معتبر متعددی معرفی شده است که خوانندگان می‌توانند برای کسب اطلاعات بیشتر درباره روش‌ها و شیوه‌های آموزش ریاضی به آن‌ها مراجعه کنند. این منابع شامل کتاب‌ها، مقالات علمی و وبسایت‌هایی هستند که راهکارهای عملی برای ایجاد محیط آموزشی فعال‌تر را ارائه می‌دهند.

۱. مقدمه

در گذشته، تحقیقات در حوزه ریاضی عمدتاً به بررسی استنباط و فهم دانشجویان از مطالب ریاضی می‌پرداخت، اما در دهه اخیر، توجه بیشتری به شیوه‌های آموزشی در مقطع کارشناسی شده است. اساتید ریاضی هنگام تدریس با اهداف متعددی روبه‌رو هستند که کار آن‌ها را چالش‌برانگیز می‌کند، اما دو هدف اصلی همیشه مورد توجه قرار دارد: نخست، آموزش درک فرآیند مراحل اثبات و دوم، تبیین اینکه چه چیزی یک اثبات قابل قبول است. بهبود آموزش ریاضی، پیشبرد علمی، تغییر اهداف آموزشی و توسعه روش‌های تدریس، فرایندی طولانی و تدریجی است، اما این مسیر ارزش صرف وقت و تلاش را دارد. در سال ۲۰۱۰، اسپیر^۱ و همکارانش روش‌های تدریس در دانشگاه‌ها را یک رویه‌ی بررسی‌نشده تلقی می‌کردند. خوشبختانه امروز وضعیت متفاوت شده است و بسیاری از اساتید به تدریس ریاضی در مقطع کارشناسی علاقمند هستند. پژوهش حاضر به بررسی یافته‌های جدید در حوزه تدریس ریاضی در مقطع کارشناسی می‌پردازد و هدف آن ارائه توصیه‌ها و منابع آموزشی قابل دسترس است که با طیف وسیعی از رویکردهای مختلف آموزشی مرتبط هستند. در این مطالعه، اهمیت و محدودیت‌های روش تدریس سخنرانی محور مورد بررسی قرار می‌گیرد و اهمیت روش‌های فعال و پژوهش‌محور در آموزش ریاضی تأکید می‌شود. ابتدا، مروری بر اهمیت و محدودیت‌های روش سخنرانی محور صورت می‌گیرد. این روش به دلیل سادگی و امکان

عبارات و کلمات کلیدی: روش تدریس سخنرانی محور، روش تدریس پژوهش محور، تدریس با تخته و گچ.
دبیرتخصصی رابط: —————

نوع مقاله: —————

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/XX/XX تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/XX/XX

<http://dx.doi.org/10.22108/MSCI.xxxx>

¹ Speer

انتقال حجم زیادی از مطالب در زمان کوتاه، معمولاً مورد استفاده قرار می‌گیرد؛ اما محدودیت‌هایی مانند کاهش مشارکت فعال دانشجویان، کمبود فرصت برای تمرین عملی و کاهش تعامل مؤثر با دانشجو را دارد. در مقابل، روش‌های آموزشی فعال و پژوهش‌محور نقش مهمی در ارتقاء فرآیند یادگیری ایفا می‌کنند. این رویکردها بر مشارکت فعال دانشجویان تأکید دارند، و در نتیجه، فهم عمیق‌تر مفاهیم، تقویت مهارت‌های حل مسئله و افزایش انگیزه یادگیری را به همراه دارند. نمونه‌هایی از این روش‌ها شامل کارگروهی، حل مسئله‌های واقعی، انجام پروژه‌های تحقیقاتی کوچک و بهره‌گیری از فناوری‌های تعاملی است. برای تشویق مشارکت فعال دانشجویان در کلاس، چندین روش ساده اما مؤثر معرفی شده است. این روش‌ها باعث می‌شوند دانشجویان مشارکت بیشتری در فرآیند یادگیری داشته باشند و درک عمیق‌تری از مفاهیم پیدا کنند. در پایان، منابع معتبر متعددی معرفی شده است که خوانندگان می‌توانند برای کسب اطلاعات بیشتر درباره روش‌ها و شیوه‌های آموزش ریاضی به آن‌ها مراجعه کنند. این منابع شامل کتاب‌ها، مقالات علمی و وبسایت‌هایی هستند که راهکارهای عملی برای ایجاد محیط آموزشی فعال‌تر را ارائه می‌دهند.

پژوهش حاضر با عنایت به مقاله (راسموسن^۲ و جانسون^۳، ۲۰۲۳). و تدوین و گردآوری منابع مرتبط تعمیق شده و بحث را تشریح نموده است. برای بررسی جامع این مقالات، به خوانندگان، راسموسن و وارو^۴ (۲۰۱۷) و ملهوش^۵ و همکاران (۲۰۲۲) را معرفی می‌کنیم. امیدواریم این مقاله برای اساتید انگیزه و اراده نوآوری‌های جدید آموزشی را ایجاد کند.

۲. دلایل خوبی برای روش تدریس به شیوه سخنرانی محور وجود دارد

در مقطع کارشناسی، روش تدریس سخنرانی محور، سابقه طولانی در آموزش ریاضیات دارد. در مورد اهمیت این روش تدریس می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

- ارائه کارآمد حجم زیادی از مطالب،
 - فرصتی برای ایجاد انگیزه در دانشجویان برای فهم بیشتر موضوع،
 - الهام بخشیدن به دانشجویان،
 - فراهم کردن زمینه لازم برای مطالعه خارج از کلاس،
 - فرصتی برای طراحی مدل ریاضی و روش‌های اثبات مسائل ریاضی و محاسبات ریاضی توسط اساتید.
- بنابراین، تحقیقاتی که روی روش تدریس سخنرانی محور انجام گرفته است، می‌تواند ارزش و ماهیت و همچنین محدودیت‌های این روش را برجسته کند (راسموسن و جانسون، ۲۰۲۳).
- وبر^۶ و فوکاوا-کانلی^۷ (۲۰۲۳) تأثیر یک کارگاه ریاضی سخنرانی محور را با مصاحبه از ریاضیدانان مورد بررسی قرار دادند. این کارگاه دوهفته‌ای در مورد نظریه مدل درونی و موضوعی در نظریه مجموعه بود. ریاضیدانان از حضور در سخنرانی‌های ریاضیدانان دیگر به نتایج زیر اشاره داشتند:

- درک صحیح از گستردگی حوزه مورد بحث،
 - تفکر و نگاه متخصصان این رشته،
 - برجسته کردن نتایج و روش‌های مهم
 - احساس آمادگی برای شروع مطالعات بعدی خود در مورد این مطالب تخصصی.
- نکته‌ای که توجه انسان را جلب می‌کند این است که شواهد و ایده‌های کلی‌نگر در سخنرانی به راحتی منتقل می‌شود در حالی که کتاب‌های درسی و مقالات، با وجود ارتباط درست و دقیقی که با موضوع دارند، این امر مهم را پنهان می‌کنند.

²Rasmussen ³Johnson ⁴Wawro ⁵Melhuish ⁶Weber ⁷Fukawa-Connelly

این ایده‌های کلی‌نگر نقشه راه را در حوزه مورد تحقیق ترسیم می‌کند و کمک می‌کند که محاسبات ریاضی را مدل‌سازی کنیم و این چنین باعث افزایش انگیزه در دانشجویان کارشناسی و تسهیل در خودآموزی آن‌ها شود. البته باید توجه داشت که احتمالاً به دلیل تفاوت در سطح بلوغ فکری بین دانشجویان کارشناسی و ریاضیدانان، اقدامات آموزشی ویژه‌ای لازم است تا دانشجویان نیز بتوانند به همان میزان از سخنرانی‌ها بهره‌مند شوند که ریاضیدانان بهره می‌برند. (راسموسن و جانسون، ۲۰۲۳).

تحقیق مرتبط با این موضوع توسط آرتمو^۸ و فاکس^۹ و (۲۰۱۱) انجام گرفته است که روش تدریس سخنرانی محور است. در این مطالعه ۳۳ کلاس از دروس مقدماتی ریاضی مقطع کارشناسی از رشته‌های مختلف در نظر گرفته شد. شرکت‌کنندگان اساتید دانشگاه، همکاران پسا دکتري و حق‌التدریس بودند. این تحقیق در کشورهای استرالیا، کانادا، اسپانیا، سوئد، بریتانیا و ایالات متحده با بیش از ۲۰ مدرس دانشگاه انجام گرفت. داده‌های این مطالعه شامل انواع دست‌نوشته‌ها، کتاب‌های درسی، فایل‌های ضبط‌شده و مجموعه مسئله‌ها و تمرین‌ها و غیره بود. این محققان شیوه رایجی را مطالعه کردند که از آن به عنوان "تدریس با تخته و گچ"^{۱۰} یاد می‌کنند.

روش تدریس با تخته و گچ عبارت است از شفاهی گفتن همه چیزهایی که روی تخته نوشته می‌شود، همراه با تفسیرها و جزئیات بیشتر درباره آنچه نوشته شده، استفاده از سؤالات شیوا و واضح برای انتقال مطالب، استفاده از اشاره‌گر برای نشان دادن روابط، مراجع و برجسته کردن ایده‌های کلیدی، ارتباط کلامی با دانشجویان و مراجعه و بررسی یادداشت‌ها و تکالیف آن‌ها و بررسی میزان درک آن‌ها از مطالب ارائه شده.

همین روش تدریس با تخته و گچ است که به استادان این امکان را می‌دهد نحوه فکر کردن روی یک مسئله و اثبات آن توسط متخصصان را بیان کنند. در این شیوه تفاوت‌های محل آموزش و ابعاد مختلف شخصیتی شرکت‌کنندگان، برای مثال جنسیت، سابقه تدریس، سابقه آموزشی و زبانی که آیا به زبان اول، دوم یا زبان‌های اضافی خود تدریس می‌کنند و حتی زمینه‌های فرهنگی (قوانینی که اساتید ریاضی در کلاس خود مصوب می‌کنند) بسیار تاثیرگذار بود (راسموسن و جانسون، ۲۰۲۳).

تحقیقات وبر و فوکاوا-کانلی و آرتمو و فاکس در مورد مزایای سخنرانی قابل توجه است. زیرا ویژگی‌های سخنرانی‌های خوب و نحوه کمک به یادگیری دانشجو را برجسته می‌کنند. آن‌ها در جستجوی پاسخی هستند که معلوم شود چرا دانشجویان همیشه آنچه را که مدرس در نظر دارد فرا نمی‌گیرند. لو^{۱۱} و همکاران (۲۰۱۶) در یک دانشگاه بزرگ آمریکایی همین مطلب را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها میزان فراگیری دانشجویان کارشناسی ارشد از درس آنالیز حقیقی را با آنچه که استاد به عنوان نکات اصلی موقع ارائه تصور می‌کرد، مقایسه کردند.

مدرس A با بیش از ۳ دهه تجربه تدریس در درس آنالیز حقیقی و دارای ارزشیابی بسیار عالی در مورد اثبات ۱۱ دقیقه‌ای زیر صحبت کرده است و در مورد اهداف سخنرانی و دلیل ارائه این اثبات پاسخی ارائه داده است. که یک دنباله $\{x_n\}$ با ویژگی $|x_n - x_{n+1}| < r_n$ برای $0 < r_n < 1$ همگرا است. تیم تحقیق فیلم ضبط شده از ارائه مدرس را به او نشان دادند و از او خواستند که هر وقت ایده اصلی مطرح شد اعلام کند تا ضبط متوقف شود و به این ترتیب ۵ کلیپ کوتاه ایجاد شد. آن‌ها سپس با سه گروه دوتایی دانشجو مصاحبه‌هایی انجام دادند. از آن‌ها خواسته شد که یادداشت‌های خود را در مصاحبه بیاورند. مصاحبه شامل ۴ مرحله متوالی برای فهمیدن میزان درک دانشجویان از اثبات ارائه شده بود.

مرحله اول: از دانشجویان خواسته شد یادداشت‌های خود را مرور کنند و آنچه از اثبات آموخته بودند به یاد آورند. هدف از مرحله اول این بود که بفهمند آیا دانشجویان با مرور یادداشت‌های خود، با گذشت چند هفته از کلاس، می‌توانند ایده‌های اثبات را بیان کنند؟

مرحله دوم: دانشجویان ویدئو ضبط شده کلاس را دوباره به طور کامل تماشا و یادداشت‌برداری کردند و از آن‌ها پرسیده شد چه چیزی یاد گرفته‌اند و فکر می‌کنند مربی در تلاش است چه چیزی را منتقل کند. در مرحله دوم، برآورد آنچه دانشجویان بلافاصله

^۸Artemeva ^۹Fox ^{۱۰}Chalk talk ^{۱۱}Lew

پس از مشاهده اثبات فهمیدند، مورد هدف بود. مرحله سوم: کلیپ کوتاه ذکر شده از ویدئو، به دانشجویان نشان داده شد. برای بررسی اینکه آیا دانشجویان توانایی رمزگشایی ایده‌های مدرس A را دارند از آن‌ها پرسیده شد که مدرس A در صورت حضور چه ایده‌هایی در کلیپ می‌توانست بیان کند. مرحله چهارم: پرسش بعدی از شواهدی بود که محتوای مصاحبه مدرس A را بررسی می‌کرد. هدف از این پرسش میزان توجه دانشجو به ایده‌های مهم مدرس A و تحلیل و تفسیر آن ایده‌ها بود.

جدول ۱: هنگامی که دانشجویان محتوای مورد نظر ارائه شده توسط مدرس A را درک کردند.

Table 1. When students recognized the intended content conveyed by Dr. A.

مطالب بیان شده توسط استاد	دوتایی اول	دوتایی دوم	دوتایی سوم
برای نشان دادن همگرایی دنباله، نشان دهید دنباله کوشی است.	مرحله ۳	مرحله ۳	هیچکدام
درخط حقیقی استفاده از نامساوی مثلثی در اثبات مهم است	مرحله ۲	مرحله ۳	مرحله ۳
سری هندسی برای نشان دادن کرانداری و کوچک نگه داشتن مقادیرد به‌کار می‌رود	هیچکدام	هیچکدام	هیچکدام
نحوه چیدمان اثبات‌ها برای اینکه نشان دهیم دنباله کوشی است	مرحله ۴	مرحله ۲	مرحله ۴
دنباله کوشی را می‌توان مانند انباشتگی اعضای دنباله در نظر گرفت	مرحله ۳	مرحله ۳	مرحله ۳

همانطور که در جدول ۱ نشان داده شده است، حتی دانشجویان قوی ریاضی با یک استاد باتجربه و کارآمد، بسیاری از نکات مورد نظر استاد را از دست می‌دهند. در واقع، هیچ یک از دانشجویان محتوا و ایده‌های مورد نظر مدرس A را در مرحله اول دریافت نکردند، درحالی که معمولاً تنها فرصتی است که می‌توانند، از یک ارائه درس، اطلاعاتی کسب و یادداشت‌برداری کنند. دلیل اصلی این امر ارائه شفاهی مدرس بود او بیشتر نکات مهم را شفاهی بیان می‌کرد درحالی که بیشتر تمرکز دانشجویان بر روی تابلو و نوشتار مدرس بود. نویسندگان این مقاله از روش تدریس با تخته و گچ، دو نکته مهم را نتیجه‌گیری کردند:

- ما به عنوان مدرس می‌توانیم به دانشجویان کمک کنیم تا یادداشت‌برداری بهتری داشته باشند و به آنچه که به صورت شفاهی و همچنین به آنچه روی تخته نوشته شده توجه کنند.
- به عنوان مدرس، لازم است این نکته را در نظر بگیریم که احتمال دارد ایده‌های مهمی که به صورت شفاهی منتقل می‌کنیم، دانشجویان به خاطر نیاورند.

آموزش سخنرانی محور سابقه طولانی در تدریس ریاضیات در مقطع کارشناسی دارد. با این حال، تحقیقات به طور گسترده‌ای نشان می‌دهد که چگونه روش‌های جایگزین برای آموزش، در دوره‌های مقدماتی ریاضیات مورد نیاز برای دانشجویان مهندسی، فناوری، علوم و ریاضیات، می‌تواند موفقیت دانشجویان را بهبود بخشد و دانشجویان را فعالانه درگیر کند.

با آگاهی از این مجموعه روبه‌رشد، مدیران پنج انجمن حرفه‌ای در این حوزه شامل انجمن ریاضی کالج‌های دو ساله آمریکا (AMATYC)، جامعه ریاضی آمریکا (AMS)، انجمن آمار آمریکا (ASA)، انجمن ریاضی آمریکا (MAA) و انجمن ریاضیات صنعتی و کاربردی (SIAM) گرد هم آمدند تا برنامه‌های درسی دوره کارشناسی و راه‌های بهبود آموزش در علوم ریاضی را بازنگری کنند و سند چشم انداز مشترک^{۱۲} را تولید کردند. در این تلاش مشترک بزرگ، برای بهبود آموزش و یادگیری، با هم متحد شدند تا به طیف وسیعی از مسائل و مشکلاتی که دو سال حیاتی اول رشته ریاضیات و آمار دانشگاهی را تحت تاثیر قرار می‌دهند رسیدگی کنند. سند چشم انداز مشترک براساس یک بررسی عمیق از هفت راهبرد برنامه درسی است که توسط پنج انجمن درگیر در این پروژه منتشر شده است.

¹²Common Vision

ساکس^{۱۳} و برادی^{۱۴} (۲۰۱۵) با بررسی عمیق هفت راهبرد برنامه درسی، زمان قابل توجهی را صرف شناسایی موضوعات مشترک در این راهبردها و تعیین زمینه‌هایی برای آینده شغلی و بهبود یادگیری در دوره کارشناسی در علوم ریاضی انجام دادند. یکی از بارزترین نتایج این است که هر هفت راهبرد بر این نکته تأکید دارند که وضع موجود قابل قبول نیست. در روش‌های آموزشی هر هفت راهبرد برنامه درسی، یک فراخوان کلی برای عبور از شیوه تدریس سنتی به عنوان تنها روش آموزشی در دوره‌های کارشناسی ریاضی را مشاهده می‌کنیم. همچنین بر اهمیت حرکت به سمت رویکردی که شیوه‌های آموزشی متعددی را در طول یک برنامه دربرمی‌گیرد، تأکید شده است. نمونه‌هایی که اغلب ذکر شده است، مدل‌های یادگیری فعال هستند که در آن دانشجویان در فعالیت‌هایی مانند خواندن، نوشتن، بحث یا حل مسئله شرکت می‌کنند و تجزیه، تحلیل، ترکیب و ارزیابی محتوای کلاس ارتقا داده می‌شود. یادگیری مشارکتی، یادگیری مبتنی بر مسئله، مورد پژوهی و یادگیری مبتنی بر شبیه‌سازی نیز رویکردهایی هستند که باعث مشارکت فعالتر دانشجویان در فرآیند یادگیری می‌شود. رویکرد چندجانبه آموزش برای کمک به دانشجویان برای توسعه انعطاف‌پذیری در روش‌های پردازش اطلاعات مهم است.

در بخش بعدی چند نکته برجسته از مقالات یادگیری فعال و همچنین راهبردهای آسان برای استفاده از آن را ارائه می‌کنیم.

۱.۲. تعامل با دانشجویان در طول کلاس خوب است. روش تدریس فعال از نظر شدت عمل و اجرا بسیار متفاوت هستند و شامل رویکردهای متنوعی مانند حل مسئله گروهی، کاربرگ‌های آموزشی، استفاده از سیستم پاسخگویی کلاس درس (CRS) و طراحی دوره‌های کارگاهی و غیره می‌باشد.

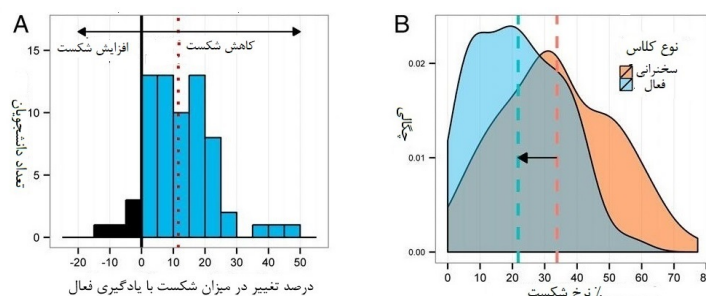
فریمن^{۱۵} و همکاران (۲۰۱۴) یک تحلیل از ۲۲۵ مقاله تحقیقاتی انجام دادند که متغیرهای وابسته را بین کلاس‌هایی که نوعی روش‌های "یادگیری فعال" را در خود جای داده بودند با کلاس‌هایی که این کار را انجام ندادند مقایسه کردند. آن‌ها در تحلیل خود دریافتند که نمرات امتحان دانشجویان و ارزیابی از مفاهیم یادگرفته شده در کلاس‌هایی که از روش‌های یادگیری فعال استفاده می‌کردند، ۶ درصد بیشتر و نرخ شکست (درصد دانشجویانی که نمرات پایین دریافت می‌کنند یا درس مورد نظر را حذف می‌کنند) ۱۲ درصد کمتر از کلاس‌هایی بود که از روش‌های یادگیری فعال استفاده نمی‌کردند، البته باید به این نکته توجه کرد که در تمام کلاس‌ها به خصوص کلاس‌های با نمرات کمتر از ۵۰ نفر، بیشترین تأثیر در یادگیری مفاهیم را نتیجه گرفتند (شکل ۱). مطالعات تحقیقاتی انجام شده به خصوص در کلاس‌های ریاضیات در مقطع کارشناسی نشان داده است که مشارکت فزاینده دانشجو در کلاس، با استفاده از روش‌های تدریس فعال، تأثیر مثبتی بر نتایج یادگیری، ماندگاری و موفقیت دانشجویان دارد (شکل ۲).

یادگیری پژوهش محور روشی است که اولویت را به سوالات، ایده‌ها و تحلیل‌های دانشجویان می‌دهد. یادگیری مبتنی بر پژوهش از جمله روش‌های تدریس است که بر مبنای سازنده‌گرایی طرح‌ریزی شده است.

سازنده‌گرایی رویکردی در آموزش است که مبتنی بر این فرض است که شناخت و یادگیری از ساخت ذهنی حاصل می‌شود. به عبارت دیگر دانشجویان با متناسب کردن اطلاعات جدید با آنچه از قبل می‌دانند یاد می‌گیرند. در رویکرد سازنده‌گرا به کارگیری روش‌های فعال در کلاس درس مورد تأکید قرار می‌گیرد که این امر سبب تشویق دانشجویان به مشارکت فعالانه در امر ساخت و تفسیر دانش می‌شود و آن نیز به نوبه خود سبب یادگیری، تفکر انتقادی، کنجکاوی، مهارت در تحقیق، تفسیر و تولید اطلاعات می‌شود (تونا، ۲۰۱۲؛ حسین پور و همکاران، ۱۳۹۶).

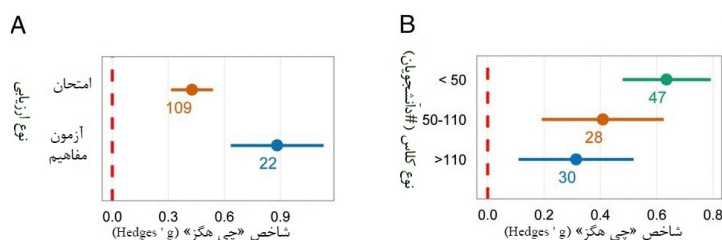
همچنین لاورسن و راسموسن در مقاله مروری خود یک بازنگری روی دو رویکرد روش تدریس، یکی یادگیری مبتنی بر پرس و جو (IO) و یادگیری مبتنی بر پژوهش در رشته ریاضیات (IBME) دارند. لاورسن و راسموسن (۲۰۱۹) پژوهش را براساس چهار رکن آرمانی تعریف می‌کنند. دو مورد از این ارکان، به عملکرد دانشجویان تأکید می‌کنند که به شرح زیر است:

¹³Saxe ¹⁴Brady ¹⁵Freeman ¹⁶Tuna



شکل ۱: تغییرات در نرخ شکست. (A) نمودار تغییرات درصدی نرخ شکست در یک واحد درسی مشابه، در دو حالت یادگیری فعال در مقابل روش سخنرانی. میانگین تغییرات (۱۲٪) با خط عمودی خط‌چین مشخص شده است. (B) نمودارهای چگالی هسته از نرخ شکست در روش‌های یادگیری فعال و سخنرانی. میانگین نرخ شکست در هر یک از دو شیوه تدریس (۸.۲۱٪ درصد و ۸.۳۳٪) توسط خطوط عمودی خط‌چین نشان داده شده است.

Figure. 1. Changes in failure rate. (A) Data plotted as percent change in failure rate in the same course, under active learning versus lecturing. The mean change (12%) is indicated by the dashed vertical line. (B) Kernel density plots of failure rates under active learning and under lecturing. The mean failure rates under each classroom type (21.8% and 33.8%) are shown by dashed vertical lines.



شکل ۲: تحلیل ناهمگونی داده‌های مربوط به نمرات آزمون، پرسشنامه‌های سنجش مفهوم یا سایر ابزارهای ارزیابی. (الف) بر اساس نوع ارزیابی (سنجش مفهوم در مقابل آزمون‌های سنتی)؛ (ب) بر اساس اندازه کلاس. اعداد زیر نقاط داده بیانگر تعداد مطالعات مستقل بوده و خطوط افقی نشان‌دهنده فواصل اطمینان ۹۵٪ هستند.

Figure. 2. Heterogeneity analyses for data on examination scores, concept inventories, or other assessments. (A) By assessment type-concept inventories versus examinations. (B) By class size. Numbers below data points indicate the number of independent studies; horizontal lines are 95% confidence intervals.

- دانشجویان عمیقاً با تکالیف ریاضی که دارای ارتباط منطقی و هدفمند هستند، درگیر می‌شوند.
- دانشجویان ایده‌های ریاضی را به صورت مشارکتی تحلیل و پردازش می‌کنند.

و دو مورد از ارکان به وظایف مدرسان تأکید دارند

- مدرسان از نحوه تفکر دانشجو سوال می‌کنند. برای مثال از دانشجویان برای توجیه پاسخ‌هایشان و به اشتراک گذاشتن استدلال‌هایشان به درخواست استاد توضیحاتی ارائه می‌دهند.
- مدرسان باید در تخصیص و تسهیل امکانات میان دانشجویان، عدالت آموزشی را رعایت کنند. شیوه‌های عدالت محور مانند تخصیص شایستگی و ارتقای عمومی وضعیت مشارکت فکری دانشجویان، مستلزم توجه به پویایی کلاس درس است.

یادگیری مبتنی بر پژوهش، در مقایسه با یادگیری سخنرانی محور، نمایانگر یک تحول بنیادین در نظام آموزشی در مقیاس گسترده است. در این روش با توجه به اینکه بیش از نیمی از وقت کلاس به کار در گروه‌های کوچک، ارائه مشکلات دانشجو و بحث

و گفتگو در کلاس اختصاص داده می‌شود، برای نتیجه‌بخش بودن آموزش با تغییرات تدریجی راه‌های بهبود فراگیری هموارتر است (راسموسن و جانسون، ۲۰۲۳).

حسین پور و همکاران (۱۳۹۶) در مقاله تحقیقاتی خود در زمینه یادگیری مبتنی بر پژوهش، براساس نتایج به‌دست‌آمده چهار بعد برای آموزش و یادگیری پژوهش محور تعیین کردند که در جدول ۲ آمده است.

۳. لزومی ندارد همه یا هیچ باشد

تلاش برای رده‌بندی آموزش به‌عنوان مطلقاً «سخنرانی محور» یا مطلقاً «یادگیری فعال» اغلب یک تقسیم‌بندی غیرضروری است. یادگیری سخنرانی محور و فعال کاملاً مجزا نیست، چرا که در اغلب کلاس‌های سخنرانی محور، اساتید زیادی هستند که از روش‌هایی برای مشارکت بیشتر دانشجویان استفاده می‌کنند. (به‌عنوان مثال، آرتمو و فاکس، ۲۰۱۱). در واقع، روش‌های بسیاری برای مشارکت دانشجویان در کلاس وجود دارد که می‌توان آن‌ها را با تغییرات جزئی در یک کلاس عمده‌تأ مبتنی بر سخنرانی گنجانند. با افزایش مشارکت دانشجویان در طول کلاس به ملموس‌سازی، تجزیه و تحلیل ایده‌های آن‌ها کمک شایان توجهی خواهد شد. در این روش از دانشجویان خواسته می‌شود که به غیر از تماشا کردن، گوش دادن و یادداشت‌برداری انجام دهند. (فلدر^{۱۷} و برنت^{۱۸}، ۲۰۰۹، ص ۲). ممکن است چنین شیوه‌ای برای دانشجویان تازه‌گویی باشد، به‌طور خاص دانشجویی که تا به حال عادت به حفظ کردن و تکرار طوطی‌وار داشته است. پس مربیان باید تعامل و پاسخگویی به سوالات دانشجویان را در حیطه توجه و تذکر ذهنی خود قرار دهد و محیطی ایجاد کند که دانشجویان احساس مسئولیت‌پذیری بیشتری داشته باشند.

راسموسن و جانسون (۲۰۲۳) و آبل^{۱۹} و همکاران، (۲۰۱۸) برای افزایش مشارکت دانشجویان به روش‌هایی اشاره کردند که در اینجا به بیان برخی از آن‌ها می‌پردازیم.

زمان انتظار

اگر به دانشجویان فرصت کافی برای فکر کردن و پاسخ دادن به سؤالات داده نشود، روش‌های پرسشگری نمی‌توانند مشارکت آن‌ها را افزایش دهند. مدت زمانی که مربیان برای این منظور اختصاص می‌دهند، اصطلاحاً «زمان انتظار» نامیده می‌شود.

تحقیقات نشان می‌دهد که مربیان به‌طور متوسط کمتر از یک و نیم ثانیه منتظر جواب دانشجویان می‌مانند و بعد به سؤال خود پاسخ دهند یا سؤال بعدی را می‌پرسند. این مسئله از مشارکت عمیق دانشجویان در ریاضیات جلوگیری می‌کند. همچنین به دانش‌آموزان اطلاع می‌دهد که واقعاً پاسخ لازم نیست یا از آن‌ها انتظار نمی‌رود به سؤالات پاسخ دهند.

تحقیقات نشان داده است که آستانه انتظار استاد-دانشجو به‌طور متوسط سه ثانیه است و برای مشارکت بیشتر دانشجویان دست‌کم باید هفت ثانیه زمان انتظار در نظر گرفت. (فولر^{۲۰} و همکاران، ۱۹۸۵؛ توبین^{۲۱}، ۱۹۸۷). ممکن است در ظاهر هفت ثانیه زمان زیادی به نظر نرسد ولی در حین اجرای این روند مدت زمان طولانی احساس می‌شود. به خصوص برای دانشجویانی که این مدل تدریس را تجربه نکرده‌اند و فکر کردن و پاسخ دادن به استاد برای آن‌ها جدی نشده است. در چنین روشی پاسخ‌های صحیح، پرمایه و عمیق دانشجویان افزایش می‌یابد و تعداد پاسخ‌های «نمی‌دانم» کم می‌شود.

نحوه پاسخ دادن به مشارکت دانشجویان در کلاس

مربیان معمولاً با تشویق و برخورد مثبت، از ایده‌های نوآورانه و ارزشمند دانشجویان استقبال می‌کنند. وقتی دانشجویان با چهره‌ای مشتاق پاسخ و ایده آن‌ها نیست روبرو می‌شوند ممکن است از پاسخ دادن صرف‌نظر کنند. حال نحوه پاسخ‌گویی به پاسخ‌های نادرست، توضیحات ناقص، استدلال‌های ناقص و کشمکش‌های دانشجویان را مورد بحث قرار می‌دهیم.

¹⁷Felder ¹⁸Brent ¹⁹Abell ²⁰Fuller ²¹Tobin

جدول ۲: کدهای باز، محوری و انتخابی

Table 2. Open Coding، Axial Coding، and Selective Coding.

کد انتخابی	کد محوری	کدهای باز
آموزش و یادگیری پژوهش-محور	آموزش (تدریس)	آغاز فرایند آموزش با مسئله و سؤال به‌ویژه سؤالات چالش‌برانگیز برای عدم تعادل در ذهن استفاده از الگوهای فعال تدریس و آموزش برای تقویت تفکر انتقادی، خلاقیت، نوآوری، کنکاش و جستجو نقش تسهیل‌کنندگی مدرس در فرایند آموزش ایجاد جو آموزشی صمیمانه و دوستانه مبتنی بر احترام متقابل مدرس و دانشجو آموزش براساس فرایند پروژه و تحقیق به‌منزله جزء لاینفک آن تقویت مهارت‌های اجتماعی (تعامل، همکاری، مشارکت) و توزیع مسئولیت‌های گوناگون میان دانشجویان در جریان انجام فعالیت‌های پژوهشی
	یادگیری فعالیت پژوهش-محور	ارتباط با دانش و تجربه پیشین و پس‌زمینه‌ها طرح سؤال یا ساختن فرضیه، آزمون فرضیه پیدا کردن اطلاعات و ارزیابی آن‌ها، تفکر درباره اطلاعات برای پاسخ به سؤالات و فرضیه‌ها کشف مفاهیم و دانش جدید و ارتباط آن با دانش قبلی، پاسخ به سؤالات و فرضیات تبیین ایده‌های جدید و به اشتراک‌گذاری آن با دیگران و طرح سؤالات جدید کنترل و هدایت جریان یادگیری از سوی دانشجو تحلیل نقاط ضعف و قوت فعالیت‌ها در فرایند پژوهش از سوی دانشجویان برای تقویت خردورزی آنان انجام تکالیف مسئله-محور، کم‌حجم و عمیق تأکید بر فرایند انجام تکلیف و نحوه دستیابی به نتیجه تأکید بر انجام تکالیف پژوهشی به‌صورت گروهی در اختیار گذاشتن زمان مورد نیاز برای انجام تکالیف پژوهش-محور
	ارتباط و دسترسی‌ها	تسهیل شرایط برای ارتباط با مراکز علمی معتبر ارتباط با جامعه محلی (شهرداری، شورای شهر، اداره بهداشت، اداره برق و ...) عضویت در انجمن‌های علمی و پژوهش‌سراهای دانشجویی دسترسی به منابع علمی گوناگون برای دستیابی به پاسخ سؤالات و انجام پژوهش دسترسی به اینترنت برقراری ارتباط با دانشجویان دانشگاه خود و دانشگاه‌های دیگر برای به اشتراک‌گذاری نتایج پژوهش
پیشینه پژوهش-محور	پیشینه پژوهش	تقدیر از تلاش‌های دانشجویان نه در مقایسه با هم بلکه هر فرد نسبت به خودش تشویق دانشجویان با توجه به فرایند انجام امور پژوهشی به جای تمرکز بر نتایج و برونداد تشویق دانشجویان با توجه به پرسیدن سؤال مناسب، مدیریت پژوهش، گردآوری اطلاعات، تحلیل کردن، ارائه کردن نتیجه پژوهش تشویق دانشجویان برای ارتباط بیشتر با مراکز معتبر علمی برای دستیابی به پاسخ سؤالات تشویق برای نحوه جستجو و کاوشگری در منابع مختلف و میزان رجوع به منابع متعدد

یکی از قوی‌ترین راه‌هایی که یک مربی می‌تواند در دانشجو اعتماد ایجاد کند، چارچوب‌بندی مجدد خطاها است. به‌جای گوش دادن و شناسایی اشتباهات دانشجویان، یاد بگیرید که به جنبه‌های استدلال صحیح در پاسخ‌های دانشجویان گوش دهید. یاد بگیرید که به دانشجویان کلاس بگویید: «من دوست دارم که ما با این مساله دست و پنجه نرم کنیم، این فرصتی است برای

یادگیری» این امر به دانشجویان نشان می‌دهد که مربی برای استدلال دانشجویان ارزش قائل است و از دانشجویان حمایت می‌کند تا از درک فعلی خود به سمت درک منسجم حرکت کنند. در اینجا در مورد نحوه پاسخ دادن مربیان به دانشجویان فهرستی از ایده‌ها وجود دارد که زمینه کارگروهی را در کلاس درس فراهم می‌کند و مربیان را به روش‌های مدیریت پاسخ‌های دانشجو مجهز می‌کند.

۱. فضای امنی برای پاسخ‌های نادرست ایجاد کنید. این نیاز به زمان و مراقبت دارد. برای مثال، می‌توانید بگویید «خیلی خوشحالم که این نکته را مطرح کردید. ما اغلب به‌دلیلی به [ایده نادرست] فکر می‌کنیم، اما در واقع اگر [ایده کلیدی] را در نظر بگیریم، به نتیجه‌گیری دیگری منجر می‌شود که درست است.» این تأکید می‌کند که تلاش‌های معقول برای حل یک مشکل گاهی اوقات می‌تواند به راه‌حل‌های نادرست منجر شود.

۲. حالت خنثی را حفظ کنید. مطمئن شوید که دانشجو چه می‌گوید، از دانشجو بخواهید که پاسخش را توجیه کند. سعی کنید پاسخ درستی را رد نکنید. گزینه دیگر این است که دانشجو دیگری درباره درست یا نادرست بودن پاسخ صحبت کند و دلیل آن را توضیح دهد.

۳. روی استدلال تمرکز کنید. چهره خنثی باعث تشویق دانشجویان برای به اشتراک گذاشتن استدلال خود، بدون ترس از دلسردی از واکنش‌های منفی مهم است. همچنین از تغییر پاسخ آن‌ها (بر اساس ظاهر شما) بدون تشخیص علت خطا جلوگیری می‌کند.

۴. بین انواع خطاها تمایز قائل شوید. ممکن است بخواهید زمان زیادی را برای بحث در مورد یک اشتباه تاییبی در مقابل یک اشتباه رایج یا سردرگمی اختصاص دهید. گاهی اوقات فقط اصلاح و حرکت مهم است.

۵. جنبه‌های صحیح یک راه‌حل را شناسایی کنید. یک راه‌حل ممکن است نادرست باشد، اما دانشجو ممکن است از ایده‌های خوبی برای رسیدن به آن استفاده کرده باشد. در برخی موارد می‌توانید بگویید: «این پاسخ صحیح خواهد بود اگر شرط X برقرار باشد، اما در واقع ما به شرط Y فکر می‌کنیم.»

۶. به خاطر داشته باشید که صحبت کردن در مقابل همسالان و مربی مخاطره‌آمیز است. یک راه برای کاهش فشار این است که به دانشجویان فرصت داده شود تا به ایده خود بازگردند. به‌سادگی از یک دانشجو بخواهیم درباره ادعای خود تجدیدنظر کند و بگوید: «گلوریا، دوباره نظر شما را بپرسم؟ من فکر می‌کنم همه ما می‌خواهیم بدانیم شما به چه فکر می‌کنید، پس بیایید از شخص دیگری بشنویم و برگردیم تا ببینیم به چه فکر می‌کنید.»

کارت‌های خروج

کارت‌های خروج (معروف به یادداشت‌های یک دقیقه‌ای) روشی سریع برای جمع‌آوری اطلاعات در پایان کلاس در مورد نحوه تفکر دانشجویان نسبت به مطالب ارائه شده هستند. کارت‌های خروج می‌توانند به‌طور کلی پرسش‌هایی ساده مطرح کنند (مثلاً: «یک چیزی که امروز یاد گرفتید چیست؟») یا «یک سؤال از مطالب گفته شده بپرسید» یا بر مفاهیم کلیدی و ایده‌های اصلی کلاس متمرکز باشند (مثلاً: «نموداری برای نشان دادن قضیه رول رسم کنید»). با توجه به ماهیت چندمنظوره این ابزار، می‌توان از آن‌ها برای تقویت یادگیری دانشجویان و بازتاب تفکر خود یا به‌عنوان منبع اطلاعاتی برای مربیان درباره نحوه درک دانشجویان از مطالب و شناسایی مواردی که نیاز به توجه بیشتر در تکالیف یا جلسه بعدی دارند، استفاده کرد.

تفکر انفرادی-تفکر دو نفره-به اشتراک گذاری در گروه بزرگتر^{۲۲}

در حالی که کارت‌های خروج معمولاً تنها به چند دقیقه پایانی کلاس اختصاص می‌یابند، روش «فکر کردن-دوتایی-به اشتراک گذاری» در مکث‌های هدفمند و از پیش طراحی شده در جریان تدریس اجرا می‌شود. در این روش، مدرس یک سؤال یا

²²Share-Pair-Think

فعالیت کوتاه مطرح می‌کند و از دانشجویان می‌خواهد ابتدا به صورت فردی درباره آن فکر کنند. سپس دانشجویان با فرد کناری خود گفت‌وگو می‌کنند و در پایان، به طور تصادفی از چند گروه خواسته می‌شود دیدگاه‌های خود را با کلاس در میان بگذارند. نکته مهم این است که تفکر انفرادی فرصتی فراهم می‌کند تا همه دانشجویان بر موضوع تمرکز کنند و سپس در تعامل گروهی، دیدگاه‌ها و شیوه نگاه خود به موضوع را ارزیابی و تکمیل کنند. این روش یکی از مناسب‌ترین شیوه‌ها برای دانشجویان خجالتی است و می‌تواند به ویژه در ابتدای دوره آموزشی به خوبی مورد استفاده قرار گیرد. همچنین روشی بسیار کاربردی است، زیرا در طول هر جلسه کلاس فرصت‌های متعددی وجود دارد که دانشجویان می‌توانند تنها چند دقیقه را به مرور و بررسی مطالب ارائه شده اختصاص دهند. این شامل: تکمیل یک محاسبات، تفکر در مورد نحوه برخورد آن‌ها با یک مسئله، ایجاد یک مثال یا مثال نقض یا در نظر گرفتن اعتبار یک حدس است. براون^{۲۳} و همکاران (۲۰۱۸) بیان کردند که «دادن زمان به دانشجویان برای فکر کردن و بحث در مورد یک مسئله ریاضی در اوایل دوره، آن‌ها را به مشارکت فعال در کلاس تشویق می‌کند. و به عنوان یک سنجش موثر از درک مطلب توسط دانشجویان عمل می‌کند، چرا که در آن دانشجویان می‌توانند حواس و توجه خود را در طول یک دوره متمرکز کنند» (ص ۱۲۵).

سیستم‌های پاسخگویی فردی (کلیک‌کنندگان)

مطمئناً مواقعی وجود دارد که می‌خواهیم برای دانشجویان وقت بگذاریم تا درباره یک سؤال یا تکلیف فکر کنند، اما روش‌های قبلی با اهداف مدرس یا محیط آموزشی مطابقت ندارد. (به عنوان مثال، سالن کنفرانس پرجمعیت). استفاده از سیستم‌های پاسخگویی فردی یا «کلیک‌کننده‌ها» روش دیگری است که برای دانشجویان، زمینه را فراهم می‌کند تا زمان برای تأمل و مشارکت در کلاس داشته باشند و به مربیان بینش ارزشمندی در مورد درک و فهم دانشجویان از مطالب نشان می‌دهد. با درگیر شدن فعالانه با محتوا، دانشجویان شانس بیشتری برای حفظ اطلاعات و ایجاد درک عمیق‌تر از موضوع دارند. درحالی‌که برخی از مربیان ترجیح می‌دهند از برخی از سیستم‌های پاسخگویی فردی ارائه شده توسط فناوری استفاده کنند (به عنوان مثال، کلیک‌کننده‌ها)، رای‌گیری در کلاس نیز می‌تواند با نشان دادن دست، با کارت‌های شاخص رنگی (قرمز = a آبی = b و غیره) انجام شود یا اینکه از دانشجویان خواسته شود انگشتان خود را جلوی سینه خود بگیرند تا شماره گزینه‌ای را که به آن رای می‌دهند نشان دهند. سؤالات نظرسنجی مورد استفاده می‌تواند متنوع و با هدف مشخصی مانند بررسی سریع تکالیف، یادآوری درس جلسه قبل، درک یا ارزیابی دانش قبلی، تا پایان کلاس متغیر باشد. این شیوه پاسخگویی به سؤالات چند مزیت دارد. اول اینکه همزمانی پاسخگویی توسط دانشجویان باعث می‌شود که سریعاً با مشاهده پاسخ متفاوت سایر افراد، دانشجویان به اطلاعات خود شک کنند و این خود انگیزه‌ای جهت یادگیری و مطالعه بیشتر خواهد بود. دوم این که مربی نیز با یک نگاه سریع متوجه می‌شود که چند درصد افراد کدام گزینه را انتخاب کرده‌اند. از طرفی این شیوه پاسخگویی انرژی بخش بوده و یادگیری لذت‌بخشی را برای دانشجویان فراهم می‌کند. این سیستم، بازخورد بی‌درنگ ارائه می‌کند و به مربیان اجازه می‌دهد درک دانشجو را در محل ارزیابی کنند. با دریافت پاسخ‌های فوری از دانشجویان، مربیان می‌توانند ارزیابی کنند که آیا کل کلاس مطالب را درک کرده‌اند یا نیاز به توضیح بیشتر است. این حلقه بازخورد فوری، مربیان را قادر می‌سازد تا راه‌حل‌های آموزشی خود را بر این اساس تطبیق دهند و هرگونه تصور غلط یا شکاف در درک را قبل از تبدیل شدن به موانع بزرگ برای دانشجویان برطرف کنند.

یادداشت‌های راهنما

می‌دانیم که بیشتر معلمان ریاضی، علاوه بر مطالبی که روی تخته می‌نویسند، توضیحات شفاهی فراوانی نیز ارائه می‌کنند که معمولاً ثبت نمی‌شوند و در عمل توسط دانشجویان یادداشت‌برداری نمی‌گردند (آرتمو و فاکس ۲۰۱۱؛ لو و همکاران ۲۰۱۶). به عنوان جایگزینی برای یادداشت‌برداری کامل از تمامی اجزای سخنرانی، کافی است یادداشت‌هایی در اختیار دانشجویان

²³Braun

قرار داد تا در جریان تدریس، شکاف‌های موجود در این یادداشت‌ها (که شامل توضیحات شفاهی مدرس است) توسط خود دانشجویان تکمیل شود. (ایاننی^{۲۴} و میلر^{۲۵}، ۲۰۱۹، ص ۶) هدف از استفاده از یادداشت‌های راهنما این است که زمان و ظرفیت ذهنی دانشجویان آزاد شود تا بتوانند به جای درگیر شدن با یادداشت‌برداری، بر ایده‌های کلان سخنرانی و تفسیرهای کلامی پرمحتوا تمرکز کنند و مطالب ارائه‌شده را از دست ندهند. یکی از دانشجویان درباره اهمیت یادداشت‌های راهنما و تشویق به استفاده از آن‌ها چنین گفت: «به جای آنکه مجبور باشیم تمام مطالب را در طول یک ساعت رونویسی کنیم، می‌توانیم نوشتن را متوقف کرده و واقعاً به آنچه مدرس می‌گوید گوش دهیم.» (ایاننی و میلر، ۲۰۱۹، ص ۱۴). در بخش بعدی، ما به تعدادی منابع در مورد راه‌های مشارکت فعالانه دانشجویان در کلاس و چگونگی شروع تغییر فرهنگ تدریس دانشگاهی اشاره می‌کنیم تا یادگیری فعال، هرچند شاید هنوز عادی نباشد، حداقل یک امر دور از ذهن نباشد.

۴. کجا بیشتر بیاموزیم

راسموسن و جانسون (۲۰۲۳) در بخش پایانی مقاله خود برای آشنایی بیشتر با روش‌ها و شیوه‌های آموزش ریاضی منابع زیر را معرفی می‌کنند:

یکی از منابع جامع و عالی برای درگیر کردن فعالانه دانشجویان در داخل و خارج از کلاس، راهنمای تمرینات آموزشی MAA (IP) است که توسط آبل و همکاران (۲۰۱۸) تهیه شده است. این راهنمای IP شامل مثال‌های عینی فراوانی است و سه بخش اصلی دارد:

الف) بخش شیوه‌های کلاس درس: این بخش مجموعه‌ای گسترده از روش‌های آموزشی مبتنی بر پژوهش را شامل می‌شود که از روش‌های ساده و سریع تا روش‌های پیچیده‌تر را در بر می‌گیرد.

ب) بخش شیوه‌های ارزیابی: این بخش اصول راهنما برای ارزیابی‌های جمعی (مانند آزمون‌ها و امتحانات که مهارت دانشجویان را می‌سنجند) و ارزیابی‌های تکوینی (که برای ارائه بازخورد درباره پیشرفت دانشجویان و کمک به مدرسان در تعیین گام‌های بعدی طراحی شده‌اند، مانند «کارت‌های خروج») را توضیح می‌دهد. همچنین نمونه‌ها و روش‌های مؤثر برای طراحی ارزیابی‌های جمعی ارائه می‌کند.

ج) بخش شیوه‌های طراحی دوره: این بخش به برنامه‌ریزی، انتخاب‌ها و اقدامات مدرسان، پیش و پس از تدریس، اختصاص دارد و نقش مهمی در اصلاح و بازنگری دوره ایفا می‌کند. برای نمونه، به کارگیری روش‌هایی همچون رای‌گیری در کلاس، موجب مشارکت فعال دانشجویان می‌شود و به طراحی مؤثرتر سؤالات امتحانی کمک شایانی می‌کند.

همچنین یکی دیگر از منابع عالی برای نمونه سؤالات کلاسی، را می‌توان در این وبسایت^{۲۶} یافت. هدف این متن ارائه یک نقطه شروع برای مدرسان علاقه‌مند به یادگیری و تدریس ریاضیات مبتنی بر پژوهش است، نه ارائه فهرستی جامع از منابع. یکی از منابع مفید، گذراندن دوره‌های یادگیری مبتنی بر تحقیق است که فرصت‌های متنوعی برای پیشرفت حرفه‌ای و یادگیری اساتید فراهم می‌کند تا با آموزش ریاضیات مبتنی بر پژوهش بیشتر آشنا شوند. وبسایت این دوره‌ها مکان مناسبی برای شروع است، به‌ویژه بخش مقالات و بلاگ IBL که شامل مطالبی درباره شروع کار با IBL، مفاهیم پایه، سازماندهی و مدیریت کلاس و توسعه ذهنیت رشد می‌شود (ویشنوپادلا^{۲۷} و همکاران، ۲۰۲۲). همچنین کتاب ویرایش شده «تلاش‌های تغییر تحولی: مشارکت دانشجویان در ریاضیات از طریق یک شبکه نهادی برای یادگیری فعال» اسمیت^{۲۸} و همکاران، (۲۰۲۱) گزارشی از یک مطالعه ملی درباره تغییر در آموزش ریاضی ارائه می‌دهد. این کتاب به بررسی مکانیسم‌های تغییر در دانشکده‌ها می‌پردازد که به آن‌ها کمک می‌کند یادگیری فعال را در دوره‌های ریاضی پیشرفته تا ریاضی دو ادغام و پایدار کنند. تلاش برای پیاده‌سازی یادگیری فعال متناسب با بافت دانشکده و سازمان، و نیز اندیشیدن درباره تغییر، چه در سطح فردی مدرس و چه در سطح

²⁴Iannone ²⁵Miller ²⁶<http://mathquest.carroll.edu/resources.html> ²⁷Vishnubhotla ²⁸Smith

دانشکده، می‌تواند بسیار طاقت‌فرسا باشد.
امیدواریم که این مقاله الهام‌بخش خوانندگان باشد تا بتوانند مسیر تدریس و یادگیری خود را بهبود بخشند.

مراجع

- [1] M. L. Abell, L. Braddy, D. Ensley, L. Ludwig, and H. Soto, *Instructional Practices Guide*, The Mathematical Association of America, Inc., 2018.
- [2] N. Artemeva and J. Fox, The writing's on the board: The global and the local in teaching undergraduate mathematics through chalk talk, *Written Communication* **28** (2011) no. 4, 345–379, DOI 10.1177/0741088311419630.
- [3] B. Braun, P. Bremser, A. M. Duval, E. Lockwood, and D. White, What does active learning mean for mathematicians?, *Notices Amer. Math. Soc.* **64** (2018) no. 2, 124–129.
- [4] R.M. Felder, R. Brent, Active learning: An introduction. *ASQ Higher Education Brief*, **2** (2009) (4), 1–5.
- [5] S. Freeman, S. L. Eddy, M. McDonough, M. K. Smith, N. Okoroafor, H. Jordt, and M. P. Wenderoth, Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **111** (2014) no. 23, 8410–8415.
- [6] R. Fuller, S. Agruso, J. Mallow, D. Nichols, R. Sapp, A. Strassenburg and G. Allen, Developing student confidence in physics, College Park, MD: *American Association of Physics Teachers*, (1985).
- [7] P. Iannone and D. Miller, Guided notes for university mathematics and their impact on students' note-taking behaviour, *Educational Studies in Mathematics* **101** (2019) 387–404.
- [8] M. Kogan and S. L. Laursen, Assessing long-term effects of inquiry-based learning: A case study from college mathematics, *Innovative Higher Education* **39** (2014) no. 3, 183–199.
- [9] S. Laursen and C. Rasmussen, I on the prize: Inquiry approaches in undergraduate mathematics education, *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* **5** (2019) no. 1, 129–146.
- [10] K. Lew, T. Fukawa-Connelly, P. Mejia-Ramos, and K. Weber, Lectures in advanced mathematics: Why students might not understand what the mathematics professor is trying to convey, *Journal for Research in Mathematics Education* **47** (2016) no. 2, 162–198.
- [11] K. Melhuish, T. Fukawa-Connelly, P. C. Dawkins, C. Woods, and K. Weber, Collegiate mathematics teaching in proof-based courses: What we now know and what we have yet to learn, *The Journal of Mathematical Behavior* **67** (2022), 100986.
- [12] C. Rasmussen, N. Apkarian, H. Ellis, E. Johnson, S. Larsen, D. Bressoud, and the Progress through Calculus team, Characteristics of Precalculus through Calculus 2 programs: Insights from a national census survey, *Journal for Research in Mathematics Education* **50** (2019) no. 1, 24–37.
- [13] C. Rasmussen, E. Johnson, When small changes lead to big impact: hysteresis in mathematics teaching, *Notices Amer. Math. Soc.* **70** (2023) no. 10, 1684–1689.
- [14] C. Rasmussen and M. Wawro, *Post-calculus research in undergraduate mathematics education*, in J. Cai (ed.), *Compendium for research in mathematics education*, National Council of Teachers of Mathematics, 551–581, 2017.
- [15] K. Saxe and L. Braddy, *A common vision for undergraduate mathematical sciences programs in 2025*, Mathematical Association of America, 2015.
- [16] W. M. Smith, C. Rasmussen, and R. Tubbs (Guest Editors), Infusing active learning in Precalculus and Calculus, *PRIMUS* **31** (2021b) no. 3-5, 239–657.
- [17] W. M. Smith, M. Voigt, A. Ström, D. C. Webb, and W. G. Martin (eds.), *Transformational change efforts: Student engagement in mathematics through an institutional network for active learning*, vol. 138, American Mathematical Society, 2021.
- [18] N. M. Speer, J. P. Smith III, and A. Horvath, Collegiate mathematics teaching: An unexamined practice, *Journal of Mathematical Behavior* **29** (2010), no. 2, 99–114.
- [19] K. Tobin, The role of wait time in higher cognitive level learning, *Review of Educational Research*, **57** (1987) (1), 69–95.

- [20] F. Tuna, Student's perspectives on active learning in geography: A case study of level of interest and usage in Turkey. *European Journal of Educational studies*, 4 (2012) (2), 163-175.
- [21] M. Vishnubhotla, A. Chowdhury, N. Apkarian, E. Johnson, M. Dancy, C. Henderson, and M. Stains, "I use IBL in this course" may say more about an instructor's beliefs than about their teaching, *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* (2022), 1-20.
- [22] K. Weber and T. Fukawa-Connelly, What mathematicians learn from attending other mathematicians' lectures, *Educational Studies in Mathematics* 112 (2023) no. 1, 123-139.
- [۲۳] ش. حسین پور، ح. ر. زین آبادی، ب. عبدالحی، ح. عباسیان، آموزش و یادگیری پژوهش-محور در محیط ساختنگرا: طراحی مدلی بر اساس پژوهش پدیدارنگارانه، فصلنامه تعلیم و تربیت ۳۳ (۱۳۹۶) ۹-۳۰.

مرضیه دارابی

گلپایگان، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده فنی مهندسی گلپایگان، گروه علوم پایه

M.Darabi@iut.ac.ir

نویسنده اول متولد خرداد ماه ۱۳۶۰ در شهر اصفهان است. وی در سال ۱۳۷۸ وارد مقطع کارشناسی رشته ریاضی محض دانشگاه اصفهان شد و در سال ۱۳۸۲ وارد مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی محض دانشگاه صنعتی اصفهان شد و در سال ۱۳۸۶ وارد مقطع دکتری دانشگاه اصفهان رشته ریاضی محض شد.



زینب سلطانی

کاشان، دانشگاه کاشان، دانشکده علوم ریاضی

z.soltani@kashanu.ac.ir

نویسنده دوم متولد اسفند ماه ۱۳۶۱ در شهر اصفهان است. وی در سال ۱۳۸۱ وارد مقطع کارشناسی رشته ریاضی کاربردی دانشگاه اصفهان شد و در سال ۱۳۸۵ وارد مقطع کارشناسی ارشد رشته ریاضی محض و در سال ۱۳۸۷ وارد مقطع دکتری دانشگاه اصفهان رشته ریاضی محض شد.

